

教える立場に立つ人のための
物理学概論

前野 昌弘

2024年4月16日

目次

第1章	はじめに	5
1.1	このテキストを書いた理由	5
1.2	たとえばどんなことが「うっかりすると勘違い」なのか	6
1.3	物理を教えるときに気をつけるべきこと	9
第2章	力学：運動の法則	10
2.1	作用／反作用の誤解	10
2.1.1	〈チェックテスト1〉	10
2.1.2	〈チェックテスト2〉 1.	14
2.1.3	〈チェックテスト2〉 2.	15
2.1.4	〈チェックテスト2〉 3.	15
2.2	作用・反作用の法則に関するまとめ	16
2.3	作用・反作用の法則は「何がうれしい」のか？	18
2.4	電車の問題をもう一つ	21
2.5	運動方程式と MIF 誤概念	26
2.5.1	運動方程式	26
2.5.2	〈チェックテスト3〉	29
2.5.2.1	〈チェックテスト3〉の速度	30
2.5.2.2	〈チェックテスト3〉の力	32
2.5.3	〈チェックテスト4〉	34
2.6	円運動と MIF	36
2.7	「遠心力」という言葉の問題	38
2.8	一般的な運動における加速度	39
2.9	円運動の速度と加速度	40
2.10	章末演習問題	41
第3章	力学：保存則	43
3.1	保存則はどこから来るか	43
3.2	運動方程式から、運動量変化とエネルギー変化の式を作る	44
3.3	永久機関	45
3.3.1	永久機関の例と、簡単な「動かない理由」	45
3.3.1.1	非対称車輪	45
3.3.1.2	ステヴィンの鎖	46
3.3.1.3	浮力を使った永久機関（水槽と鎖）	47
3.3.1.4	浮力を使った永久機関（半分水に使った円盤）	48
3.4	エネルギーの定義から考え直す「永久機関」	48
3.4.1	仕事の定義	48
3.4.2	仕事の原理	50
3.4.3	仕事からエネルギーへ	51

3.4.4	エネルギー保存と永久機関	54
3.5	運動量保存則	55
3.6	章末演習問題	57
第4章	熱力学	59
4.1	熱とはなにか?	59
4.2	内部エネルギーの意味がわかっているかを問う問題	61
4.3	第2種永久機関と熱力学第2法則	62
4.4	分子運動で考える熱現象	64
4.5	章末演習問題	66
第5章	電磁気学	67
5.1	電磁気学を教えるために	67
5.1.1	まずはチェックテスト	67
5.1.2	電流と電位の定義	69
5.2	電池と電球の並列・直列	70
5.3	場の概念	71
5.3.1	近接作用論	71
5.3.2	クーロンの法則とガウスの法則	72
5.4	電位の定義と起電力	75
5.5	磁力線とその物理的性質	76
5.6	アンペールの法則	78
5.7	電流と磁場による力	78
5.8	電磁誘導	79
5.9	レンツの法則とエネルギー保存	80
第6章	振動と波動	86
6.1	波とは何か	86
6.2	単振動と三角関数	88
6.3	波の変位の式	88
6.4	波の干渉	92
6.5	一瞬消えた波はなぜまた現れる?	94
6.6	波の反射と透過	95
6.6.1	固定端反射	95
6.6.2	自由端反射	96
6.7	屈折率と反射の仕方	96
6.8	波の屈折	97
6.8.1	ホイヘンスの原理	97
6.8.2	フェルマーの定理	100
6.9	レンズの働き	101
6.10	回折	103
第7章	原子物理	106
7.1	原子物理は何のため?	106
7.2	光電効果の物理	106
7.3	コンプトン効果	108

7.4	ボーア模型	110
7.5	$E = mc^2$	111
7.6	不確定性関係と波の回折	113
第 8 章	単位の表記について	114
第 9 章	最後に	115

第1章 はじめに

1.1 このテキストを書いた理由

このテキストは中学・高校の理科教員を目指す人のための授業「物理学概論」のために用意した。授業内容はタイトル通り、「物理学」の概論であるが、タイトルに「教える立場に立つ人のための」をつけて、「教員として物理学を教える立場に立ったときに注意すべきこと」を重視して作成した。

そこで、ものすご〜〜〜〜く「当たり前」のことなのだが、教える立場に立つものとしての注意点を、最初に強調しておこう。

自分が理解してないことは他人（生徒）に教えられない。

こんなことは言うまでもないことであるはずなのだが、その点について覚悟が足りない人も時折見られるので、ここで言うておかずにはいられない。うざいと思う人もいるとは思いますが聞いてほしい。

「物理の教員を目指してます」と言いながら、自分が教えることになる「物理」の中身をわかってないのでは話にならない（これは「中学理科の教員」でも同様）。それも、「高校のとき物理は得意でしたから」という程度のレベルの理解ではまだ足りない。「一を聞いて十を知る」という慣用句があるが、「一を教えるには十知ってなくてはいけない」¹⁾とっていた方がよい。世の中には「先生というのは教科書や教科書指導書に書いてあることを読み上げていけばいいのだから楽な仕事だ」と思っている人もいるが、そんなバカな話はない。少なくとも教える立場にいる（あるいは、「なる」）人間がそんなことを思っているはいけない。自分が教壇に立って何か物理を説明しているところを思い浮かべて欲しい。聞いている生徒は、疑問を持ってあなたに質問してくるだろう²⁾。そのとき「教科書に書いてあるからこうなんだ」という答えをしたのでは、その生徒が質問するときに持っていた好奇心の芽を摘んでしまうことになる。もちろん質問されて答えられないというのでは困るだろう³⁾。もっと困るのは「間違った答えを教える」ということだ。そうならないように修行してから先生になろう。

物理に関して特に注意して欲しいことは、「物理を教える」とときには、「知識を伝える」だけではなく「概念を習得させる」ということこそが重要だということだ⁴⁾。

なお、以上の話は中学の理科教員を目指す人も同様である。「自分は中学理科を教えるのだから、高校の物理まではわからなくてよい」と思っている人も中にはいるかもしれないが、そうではない。中学

-
- 1) 1:10 という比率は適当である。値はどうであれ、教える側は教えられる側より圧倒的に理解度が高くないといけないのは確かだ。
 - 2) これも当たり前のことだが、「質問がある」というのはよいことである。聞いている生徒がそれだけ授業に入ってきてくれるということなのだから。
 - 3) また、バカな質問に対しても答えていく姿勢は大事である。バカな質問に対して「バカな質問をするな」という態度を取ると（たとえ口に出してそう言わなかったとしても）、その後は質問しにくい雰囲気になってしまう。
 - 4) と書いたからと言って、他の科目では概念の習得は重要でないという意味ではないので誤解しないように。筆者は基本的に物理のことしか知らないから、他の教科でもそうだと、他の教科は違うとも断言できない。「物理に関して特に」と書いた理由は、物理においては教える側が注意してないと学ぶ側が間違った概念を習得してしまう可能性が非常に高い（その例がたくさん知られている）からである。本テキストの中で何度も「よく見られる間違った概念」について説明することになるだろう。

理科の物理範囲は、高校物理までがしっかりわかっていないととても教えられない⁵⁾。むしろ中学理科の方が教えるのが難しい部分がたくさんある。

本テキストは大学初年度級まで（少なくとも高校物理まで）の物理は既習の人を対象にしている。その上で「うっかりすると勘違いしそうなこと」を中心に記述している。そういう意味では必要な知識を網羅的にまとめてはいない。本テキストで初めて物理を勉強することは想定していない。あくまで物理そのものは他の授業または書籍によって学習した人向けである（足りない部分は各自補完すること）。

また、授業の性質上、「習ったはずなのにこんなこともわかってない人がいる」という内容を何度も書くことになるが、自分がその「わかってない人」に該当した場合は意気消沈することなく、「ここでちゃんと理解しよう」と奮起して欲しい。

ここで書いたのは、「高校生や中学生にこう教えろ」というものとは限らない。教えるときに教える側が持っているべき「バックグラウンドとしての知識や概念」のつもりで書いているものもある⁶⁾。

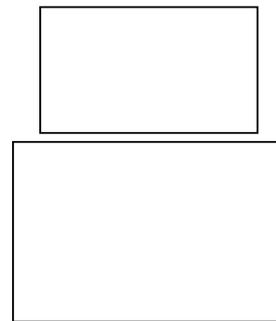
1.2 たとえばどんなことが「うっかりすると勘違い」なのか

以下のようなテストをやってみて欲しい⁷⁾。

☆ 〈チェックテスト 1〉

右の図は、床の上に乗った物体の上にさらにもう一つ物体が乗っているところである。物体および床に働く力を全て図に書き込め。書き込み終わったら、どの力とどの力が作用・反作用の関係にあるかを示せ。

図は物体と物体、物体と床の間に隙間があるように描かれている。これは境界部分にどのように力が働いているのかがわかりやすくなるようにするためで、もちろん実際には物体どうしは密着している。そう考えて力の図を書くこと。



☆ 〈チェックテスト 2〉

以下の文章のうち、作用・反作用の法則の説明として正しいものに○、そうでないものに×を記し、どこが間違いかを述べよ。

1. 人間が壁を殴る（これを作用とする）。すると壁は目に見えないほど小さくではあるがいったんへこみ、弾力で元に戻る。戻ってくる時に人間のこぶしにあたる。この時働く力が反作用である。
2. 相撲取りと小学生が相撲を取っている。この時、相撲取りから小学生に及ぼされる力と、小学生から相撲取りに及ぼされる力を比べると、当然前者の方が大きい。
3. 作用・反作用の法則は物体がどんな運動をしていたとしても成り立つ法則である。

5) 同様に高校物理を教えるときには「その先にあるもの」（大学物理だったり、物理の応用としての工学や医学だったり）を頭に置いておきたい。

6) わざわざこういうことを言うのは、教員を目指す学生さんの中に、「高校生や中学生はこんな難しいことを知らなくてもいい」という反応を示す人がときどきいるからである。教わる側は知らなくてもよいことでも、教える側は知っておくべきことがある。高校生のレベルで高校生を教えようとしてはいけない。中学生のレベルで中学生を教えるのは、もっといけない。

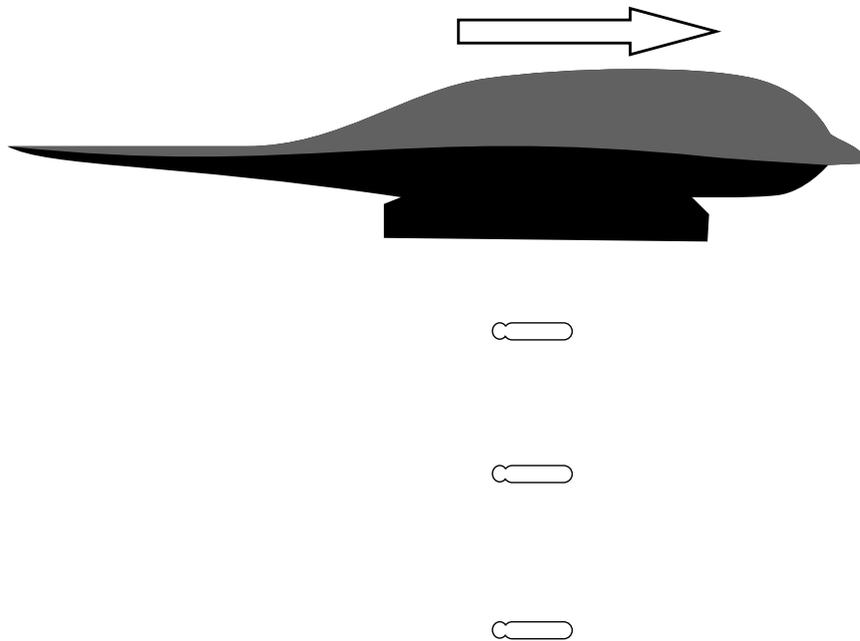
7) 力学の授業、または教職のための物理の授業の中で一回はこのようなチェックテストをすることにしている。間違いには早めに気づいて欲しいからである（特に教える立場に立つ人には！）。

☆ 〈チェックテスト3〉

下の図は、爆撃を行っている爆撃機の写真である。



下の図は写真の状況を模式的に表したもの（爆弾は代表して三つのみ描いた）である。

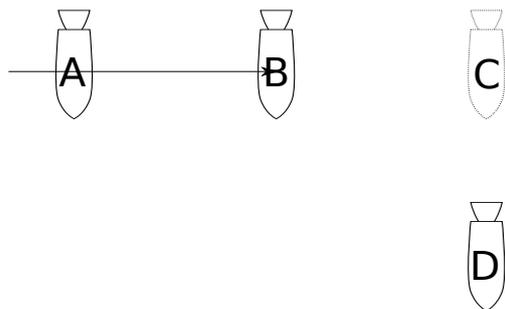


三つの爆弾それぞれに働いている力を （●が作用点）を使って、速度を  を使って矢印で表し、上の図に描き加えよ。

☆ 〈チェックテスト 4〉

無重力の宇宙空間内を宇宙船が A 地点から B 地点まで等速直線運動してきた。このままなら宇宙船は C 地点に到着するところだったが、ロケットエンジンを噴射したため、宇宙船は D 地点に到着した。D 地点でロケットは噴射をやめた。

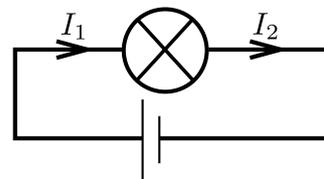
宇宙船の B 地点から D 地点、およびその後の運動の軌跡を図に描き込め。



☆ 〈チェックテスト 5〉

図のような回路で、電流は $I_1 > I_2$ になる、と思っている中学生がいます（もちろん、正解は $I_1 = I_2$ です）。この子になぜ $I_1 = I_2$ になるのか、説明をしてください。

また、この子は「もし $I_1 = I_2$ ならば、いったいどこから光のエネルギーはやってくるの？」という疑問も持っています。これにも答えてください。



このチェックテストの正解はどういうものであるかは以下のそれぞれのページで示す。

- 〈チェックテスト 1〉 p10
- 〈チェックテスト 2〉 p14
- 〈チェックテスト 3〉 p30
- 〈チェックテスト 4〉 p34
- 〈チェックテスト 5〉 p67

ここでは「多くの場合、正答率が低い」ということを指摘しておこう。それも、教えているこっちが驚愕するほどに、正答率が低いのだ。

実際のところ、ここで問うたことは力学および電磁気学の初歩の初歩、基礎の基礎の部分である。ところがこれを見事に「誤解」している生徒（そして学生）が非常に多いのである⁸⁾。

8) 心配なのは、これを読んでいる教員志望の「教える立場に立つ人」の中にも同じ「誤解」をしていた、という人もいるだろう、ということである。「そうでした」という人は今のうちに修正しよう。

こういう「基礎の基礎」がわかってない生徒でも、「問題集をドリルのように解く」という「訓練」をやるとそこそこ「試験の問題」は解けてしまったりする。そして「自分は物理ができる」と勘違いしてしまったりする。試験というのは元来、「その科目の教えるべき内容を理解できているか」を測定するためのものはずなのだが、当然それは「万能の測定器」ではなく、「理解」よりも「試験に正解を出す能力」の方を測ってしまうこともあるし、試験を受ける側が「試験に正解する能力」だけを鍛えてしまう可能性もあるのである⁹⁾。

極端な話、あなたの生徒は

「こういう問題が出てきたらこの公式を使う」のような「パターンマッチング」ができるようになっただけで、実は物理がわかってない。

という状況である場合だってあるのである。それがゆえに「パターンから外れている（しかし、物理がわかっていたら答えは明白な）問題」の正解率がぐっと下がる¹⁰⁾。

1.3 物理を教えるときに気をつけるべきこと

前節で物理における「よくある間違い」が発生する例としてのチェックテストを紹介したが、物理は「誤解」が生じやすい教科である。物理に限らず学問というのはみなそういう側面を持つのだが物理には特に、「素朴な感覚で考えると間違える」ということがよくある。

「頭で考えるよりも直感が大事」という言葉が映画やドラマではよく出てくるが、その言葉を物理には使わない方がよい。こと物理に関しては、過去の教訓が「直感で考えると見事に間違えるから、ちゃんと頭を使おう（さらには、数学を使おう）」と告げているのだ。実例はこの後具体的に指摘していくが、たとえば「地球が止まっていて太陽がその周りを回っている」というのは素朴な直感から見れば全く疑いようのない「正しいこと」のように思われる。人類がこの「直感」から脱するには、いわゆる「コペルニクス的転回」が必要だったわけだ。現代人の我々は「太陽の周りを地球が回っている」ことを疑いもしないが、それは教育の成果であって、「素朴な直感」のおかげではない。

直感というのは怖い。「人は直感に騙される」と思っておいた方がよい。

ここで強調しておきたいのは、もし生徒（学生）のみならず教えている教員の方まで誤解したまま教えているとしたら、それは「誤解の再生産」へと結びつく、非常に困った事態であるということだ。教える側は「生徒はどのような誤解をしやすいか」を認識した上で、それを避ける手段を講じていかななくてはいけないだろう。これが、教員になる人が「教える立場に立つ人のための物理」を勉強しておかなくてはならない理由である。

というわけでこのテキストを書いた—と過去形で言いたいところなのだが、実はまだこのテキストは「執筆中」の段階である。まだ書きたりない部分がいろいろあるし、明らかに「書いている途中」の段階の章もある。その点を了解の上、勉強に役立てて欲しい。

また、授業で使うという関係上、練習問題のほとんどの解答はテキストには書いてない（ちゃんとその前後が理解できていれば解答はわかる）。

-
- 9) さらに困るのは教える側が「試験の点数を上げる方法」を教えることである。たとえば「公式はこれだからあてはめてね」しか教えない授業である。そういう授業を受けた人は「勉強というのは先生の言う通りに問題を解いて試験の点数が上がればそれでいいのだ」と勘違いしてしまう（自然法則の概念の取得なんてクソ喰らえ、ってなもんである）。そういう教員にならないで欲しい。
- 10) そういう問題を「引掛けだ！」などと批判する向きもあるがとんでもないことで、物理の試験の目的は「物理がわかっているかどうかを判定すること」にあるのであり、「試験問題のパターンを覚えているかどうか」を試験しているのではない。

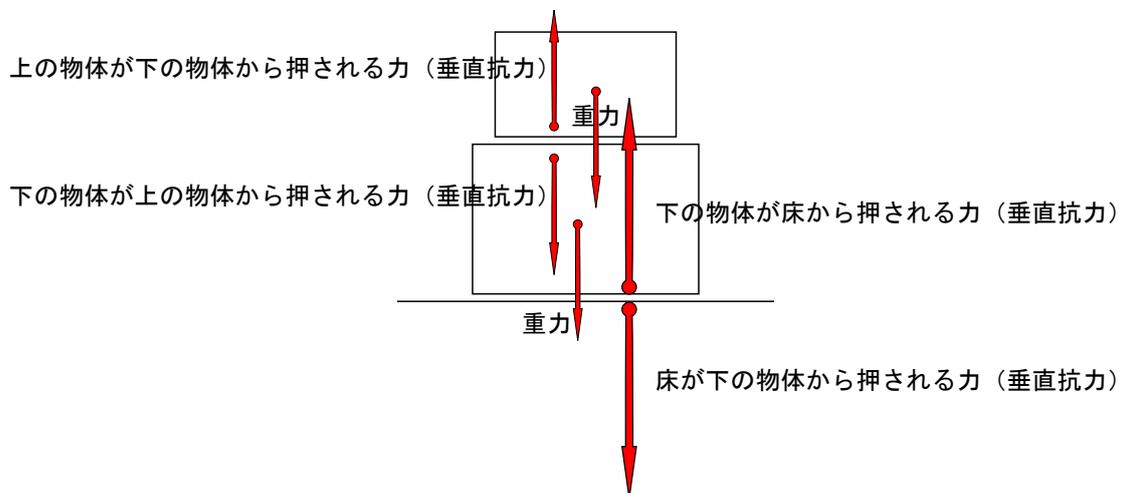
第2章 力学：運動の法則

2.1 作用／反作用の誤解

最初のチェックテストについて考えていこう。

2.1.1 〈チェックテスト 1〉

まず力の図の正解は次の通りである。それぞれの力の説明も加えた。

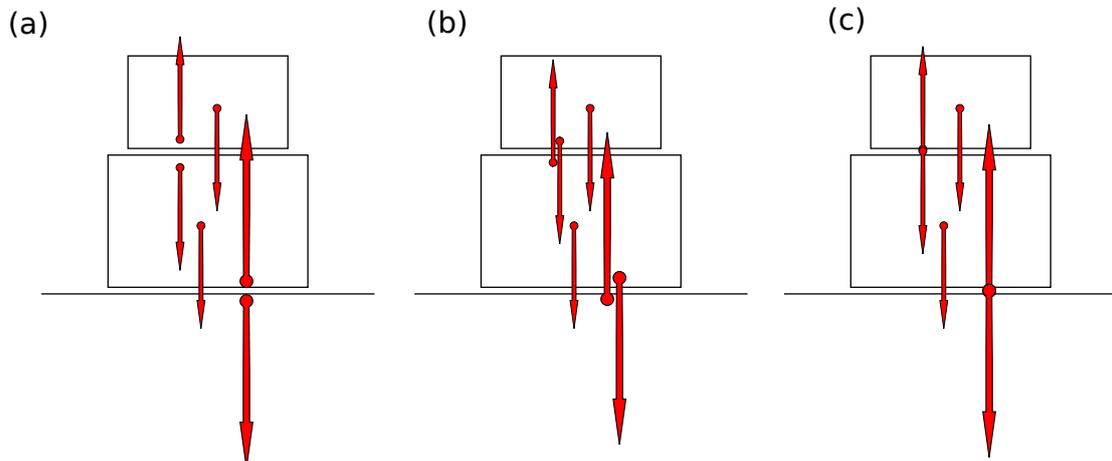


これを高校生・大学生に出題してみると、こっちが驚くほどに、ちゃんと図が書けてないものが多い。頻出する間違いの、注意すべきポイントは

- 作用点の位置
- 作用・反作用のペア

である。

作用点の位置について述べよう。このようなチェックテストをやると典型的な解答（誤答を含む）は以下のようなものだ。



上の (a) は正解である。(b) は「力の矢の根本」を「作用点」すなわち「力がはたらいっている点」ではなく「力を出している物体」に置いてしまっている間違いである。(c) は作用点を重ねて描いてしまったせいで「使いにくい図」になっている¹⁾。

つまり (b)(c) は「作用点を明確にする」点に失敗しているのである。

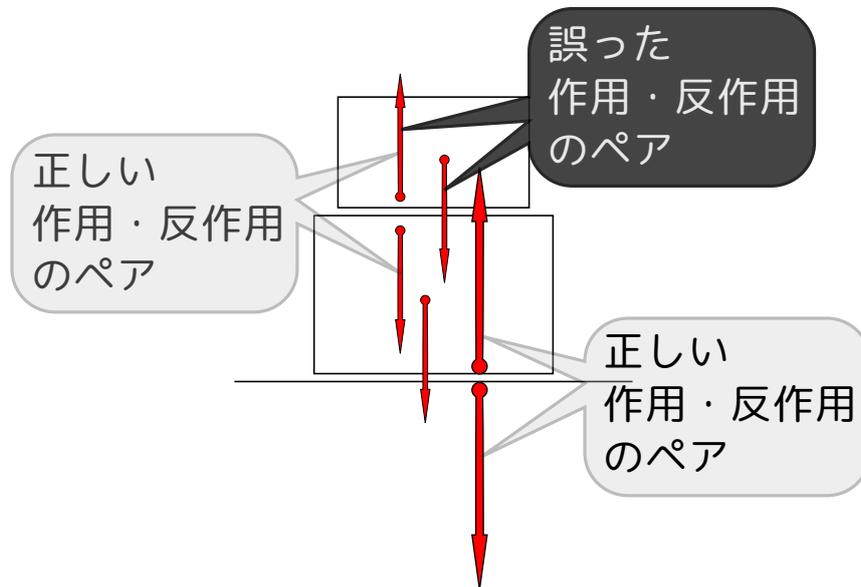
「物体 A が物体 B を押す」力は、右の図のように、作用点の矢印が「押されている物体」である B の中にあるように描く。

「A が B を押すのだから、A から B へという力の流れがある」というイメージを持つと図の「誤り」の方の図を描きたくなるのかもしれないが、力の図を描くときは「誰が力の源か」よりも、「作用点」の方がずっと大事なのである。

なぜ作用点は明確でなくてはいけないか。そもそも力の図を描く理由は「ある物体に働く力の和」を考えて、運動方程式やつりあいの式を作りたいからである。ということは「どの物体に働いている力か？」が明瞭でない図は、その用途の役に立たないのである。右の図は (c) の場合だが、この図をみて「さて物体に働く力のつりあいの式を作ろう」と思ったとき、「この力はどっちなんだっけ？」と悩むことになる。(b) のように書いた場合はもっと困るだろう²⁾。

これが「どの物体に働いている力かはちゃんと認識しているが図に描けていない」のならまだ救いがあるのだが、図に描けないということは実は「どの物体に働いている力なのかをちゃんと認識していない³⁾」という可能性もあるわけである。

次に、作用と反作用のペアが何かについて。正解と、よくある間違いを下の図に示した。



図に書き込んだように「上の物体が下の物体から押される力（垂直抗力）」の反作用は、「下の物体が上の物体から押される力（垂直抗力）」である。ところが、「重力」の反作用が「上の物体が下の物体から押される力（垂直抗力）」だと思ってしまうという間違いが非常に多い⁴⁾。

- 1) 残念ながら、いくつかの本では (c) の描き方がされているが、避けるべきである。
- 2) (b) のように間違える人は矢印の根本の●が「力を出している点」だと誤解しているのかもしれない。そういう人でも重力の矢印の●はちゃんと物体にある（このあたり、「重力」という言葉の意味に誤解がある可能性もある）。
- 3) そもそも認識する必要があるのかもわかってない、「ぼんやりとした理解」の段階にある場合も、もちろんある。
- 4) なお、この手の「どれとどれが作用・反作用？」という問題は高校入試でも頻出問題である。つまりは中学理科の段階でちゃんと理解しておかなくてはいけない事項なのだが、すでに述べたように、理系大学生ですら、しばしば間違える。

しかし、まず重力があり、その結果垂直抗力が生まれたのではないか？—これを「作用」と「反作用」と言うてはいけないのか？

と思う人もいるようだが、それは「反作用」という言葉の響き（なんとなく「最初に作用があってその結果反作用が生まれる」というイメージでとらえてしまう）に引っ張られて、物理の用語である「反作用」を間違って解釈してしまっている。日常用語としてなら「作用が原因」となって反作用が起こる」というのは正しいが、物理における「作用・反作用」の関係はそうではない。

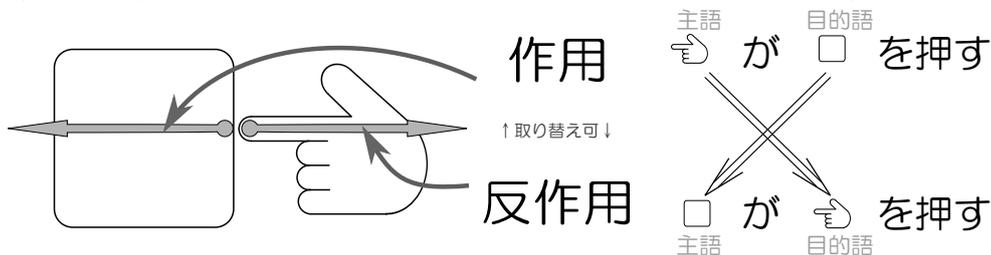
後で述べる話にも関係するのだが「作用・反作用」という言葉はあまりよくない。日常用語での「作用・反作用」という言葉は、「作用があって、結果として反作用が生まれる」という「因果関係」を暗示しているため、そういう因果関係があるものならなんでも「作用と反作用」と呼びたくなるのである。ところが物理用語としての作用・反作用にはそんなものはない。

つりあいの混同とも問題である。「つりあい」と「作用・反作用」は「力の和が0になる」という共通点があるために、つつい混同してしまう人がいるようであるが、全く違う概念であることに注意しよう。「つりあい」とは「一つの物体に働く複数の力の和」が0になることであり、「作用・反作用」とは「物体Aから物体Bに働く力」と「物体Bから物体Aに働く力」の関係である。

- 「つりあい」は一物体に働く力の話
- 「作用・反作用」は別々の物体に働く力の話

をちゃんと区別しよう。

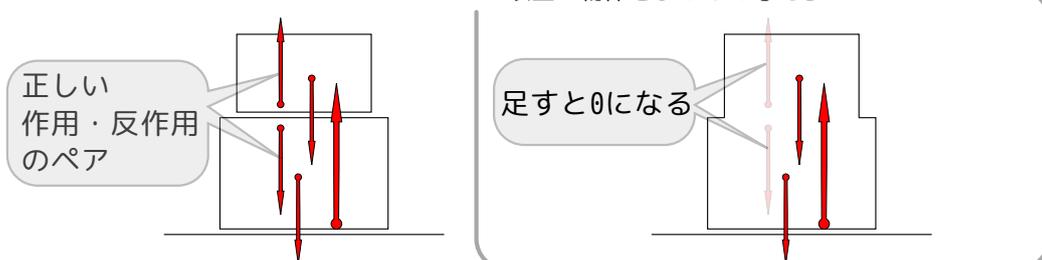
「作用・反作用ってつりあいますよね？」と、よく間違っている人がいるのだが、そんなことは絶対に起きない。なぜなら、作用・反作用の関係は次の図のようなものだからである。



二つの力が作用・反作用の関係にある時は、その力が働いている物体は必ず別の物体であり、いわば“主語と目的語を取り替えた関係”にある。「二つの力がつりあう」というのは「同じ物体に二つの力が働いて、足すと0になる」という意味なのだから、「作用・反作用がつりあう」ことは絶対にありえない。違う物体に働く力を足すことには意味がないからである。

なお、本当は二つの別々の物体であるものを「一つの物体とみなす」という考え方をする場合、「(一つの物体に働く)作用と(もう一つの物体に働く)反作用を(これら二つの物体を一つとみなせば同じ物体に働く力になるので)足すと0になる」と考えることができる。これはもちろん正しい。

二つ以上の物体をまとめて考える



ただしこれは「二つ以上の物体をまとめて一つの物体として考える」ことをした時だけのことであり、二つの物体を別々に考えているときに「作用・反作用が足すと0になる」と考えるのは、やっぱり間違いである。

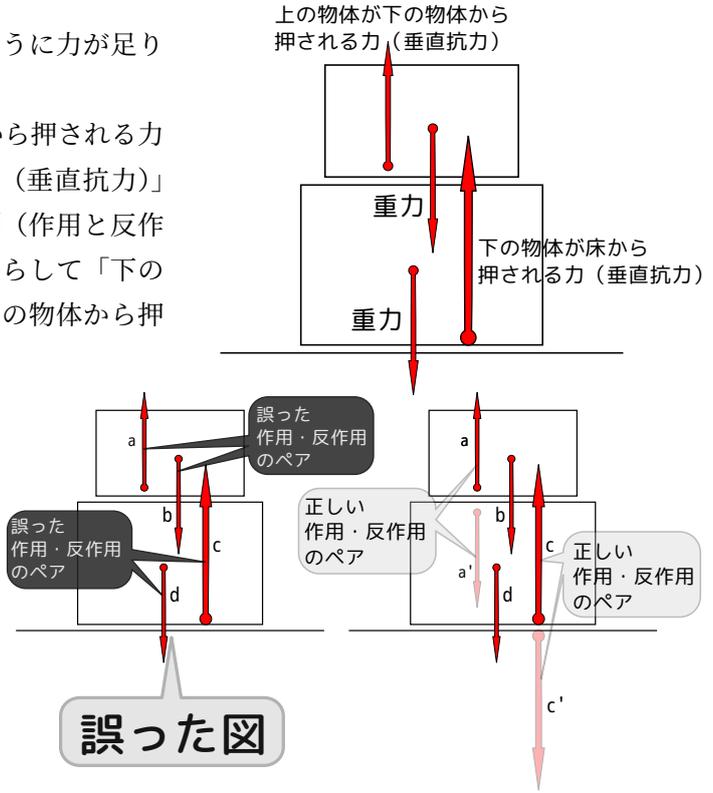
もう一つの頻出する間違いは、右の図のように力が足りない例である。

図のように「重力」「上の物体が下の物体から押される力（垂直抗力）」「下の物体が床から押される力（垂直抗力）」を描き込んだとすると、作用・反作用の法則（作用と反作用では「主語」と「目的語」が逆転する）からして「下の物体が上の物体から押される力」と「床が下の物体から押される力」が必要である。

しかしこの点を誤解していると、右の「誤った図」をみても「作用・反作用のペアがちゃんとある」と誤判断して思考停止してしまう。下の物体に働く力に関しては、「dとcが作用・反作用」の他に、「b+dとcが作用・反作用」という誤答もある。a'とc'を加えたものが正解である。

必要な力を補うと正解になるわけだが、これらの間違いが頻出するのは「作用・反作用をチェックする」という手順を踏んでいない結果であろう⁵⁾。

単に「手順を覚えてない」という意味ではなく「作用・反作用の法則の理解が何か足りない」という結果であろうと思われる（これは後でもわかる）。



よくある質問

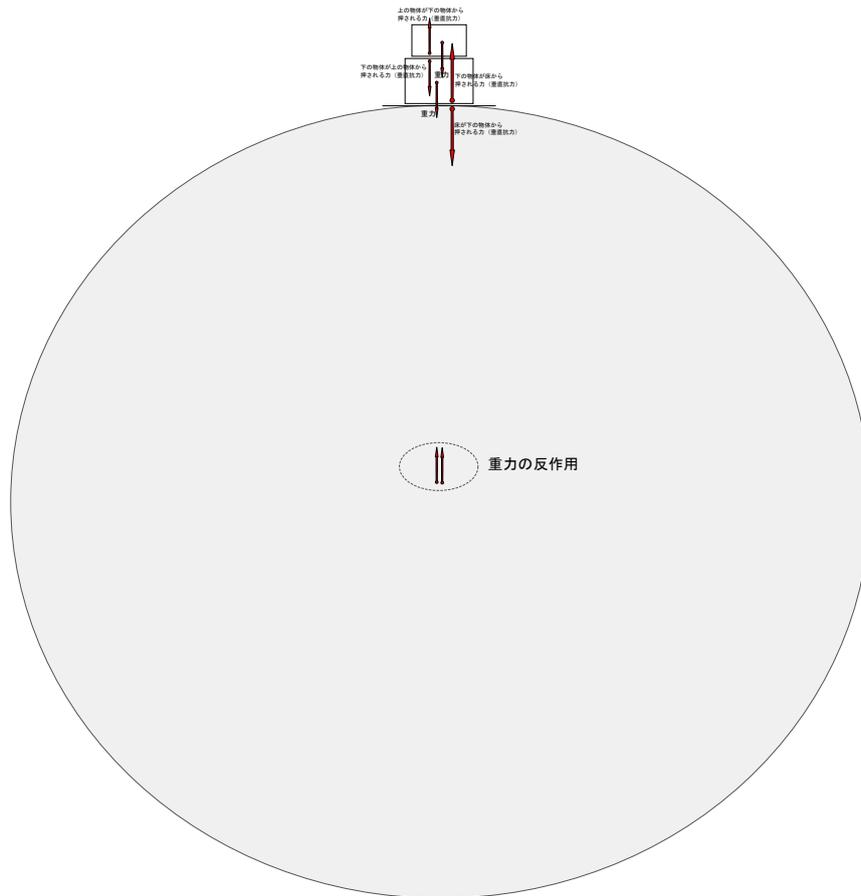
重力には反作用がありませんか？

ある。図には描いてないだけである。

「重力」は「地球が物体を引っ張る力」だからその反作用は何か何を引っ張る力なのか？—と考えると、図に描かれてない（正確に言うと、描いてはあるが考慮の域外になっている）「物体」に反作用が働いていることがわかる。

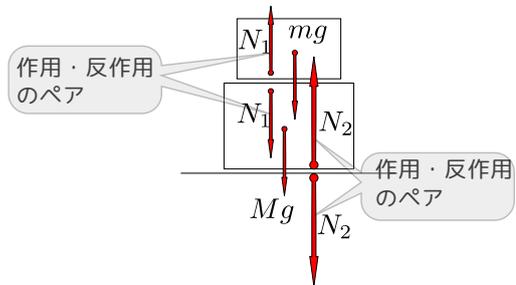
重力の反作用も描いた図は次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

5) 「床が下の物体から押される力」を忘れている場合については、「床のことも考えなくてはいけないということを忘れていた」といううっかりミスもあるのかもしれない。



「重力」は「地球が物体を引っ張る力」だから、その反作用は「物体が地球を引っ張る力」である。万有引力の法則を習ったときに「万有引力は互いに引っ張り合う」ということを習ったはずである。

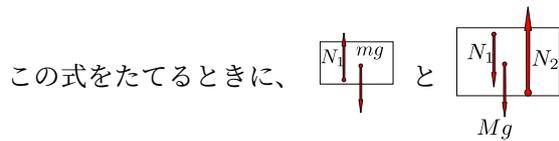
最後につりあいの式を出しておこう。右の図のように力の大きさを設定すると、2つの物体それぞれについて、

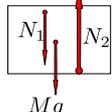


$$mg = N_1 \quad (2.1)$$

$$Mg + N_1 = N_2 \quad (2.2)$$

という2つの式が立つことがわかる。



この式をたてるときに、 と  のように物体ごとに分解して考えるときに、「作用点は物体の内側に」描いておくと便利なのである。

★【問い 2-1】

「地球」に対してつりあいの式を立てるとどうなるか？

2.1.2 <チェックテスト 2> 1.

<チェックテスト 2> を考えていこう。文章の正誤を問うものであったが、1. の文章は

人間が壁を殴る（これを作用とする）。すると壁は目に見えないほど小さくではあるがいったんへこみ、弾力で元に戻る。戻ってくる時に人間のこぶしにあたる。この時働く力が反作用である。

であった。この文章は間違いである。作用・反作用は「同時に」働く。だから「壁を殴った」ときの作用はその瞬間に反作用があり、「壁が戻ってくる時」にはその瞬間にまた別の作用・反作用ペアがある。この「同時性」も「作用・反作用」という名前のせいで誤解されやすい部分である。

2.1.3 〈チェックテスト 2〉 2.

2. の相撲取りと小学生に関する文章の正誤を考えてみることにする。問題文は

相撲取りと小学生が相撲を取っている。この時、相撲取りから小学生に及ぼされる力と、小学生から相撲取りに及ぼされる力を比べると、当然前者の方が大きい。

であった。これに「○」をつけてしまう人が多いのは心情としては理解できる。確かに「相撲取りの方が力が強い」と言われたら「そりゃそうだ」と頷きたくなるものだろう⁶⁾。

しかし、作用・反作用の法則を適用すれば、この二つの力の大きさは等しい。

よくある質問

じゃあどうして相撲取りが勝つの？

一言で言うなら、「働いている力はこの二つだけではないから」となる⁷⁾。

人は、作用反作用の法則を習った後でも「力の強い方が相手に及ぼす力の方が強い」という素朴概念に勝てないものである。物理を教え学ぶには、このような「素朴概念」と戦って行かなくてははいけない⁸⁾。どのように素朴概念が打破されて法則が打ち立てられてきたかという話は、この後でじっくりと話そう。

よくある質問

さっきの殴る話で言うと、殴っていないときは作用も反作用も 0 だから成り立っていないのでは？

作用・反作用の法則は「同じ大きさ」と言っているから、「作用の大きさが 0 なら反作用の大きさも 0」ということで、作用・反作用の法則はちゃんとこの場合でも成り立っている。

2.1.4 〈チェックテスト 2〉 3.

作用・反作用の法則は物体がどんな運動をしていたとしても成り立つ法則である。

の答えは「○」である。理系大学生に聞くと、半数以上はあっているものの、いろいろおかしな理由付けで「×」とする人も出てくる。

以下、「×」とした人の「誤った理由付け」は、以下のようなものである。

- 6) ちなみに「相撲取りよりも強い小学生がいるかもしれないから、こう言い切ったら間違いだ」という理由で×にした人もいた。「こいつは一本取られた」って感じだが、実は「相撲取りよりも強い小学生」がいたとしてもこの二つの力は等しいのである。
- 7) また、働く力が水平でないということも関係してくる。詳しくは【演習問題2-1】と【演習問題2-2】を見よ。
- 8) 「素朴概念」という言葉だけを見るといい意味にとっしまし(素朴)すが、理科教育の用語としての「素朴概念」は「児童生徒が勉強しなくても持っている、間違った概念」という意味なので、正していかななくてははいけない間違い、つまり「戦って行かなくてははいけない」敵なのである。

物体が他の物体に力を及ぼす場合に成り立つ。

物体が互いに接触しているときに成り立つ。のように、制限つきで成り立っていると考えている人がいたが、及ぼさない場合にしろ接触してない場合にしろ、「力=0」ということであって、 $\underbrace{0}_{\text{作用}} = \underbrace{0}_{\text{反作用}}$

という形で成り立っている。なお、たとえば万有引力でも作用反作用の法則は成り立つので、「接触している」に限るのはその点でもおかしい。

静止していれば成り立つという制限をつけている人は、おそらく「つりあい」と混同している。

変形があると成り立たないのような制限付けをする人もいるが、これも不要である。

二つの力が逆向きにはたらかなくてはいけないというのもあったが、それが作用反作用の法則であり、そうでない場合はこの世に存在しない。

作用反作用の法則は「常に成り立つ」⁹⁾からこそ「力学の基本原則である運動の法則」の第3法則となっているのである。

常に成り立つことがわかっている基本的な法則に対して「成り立たないこともある」という考え方を持っていては、正しく物理を教えることなどできない。

2.2 作用・反作用の法則に関するまとめ

作用・反作用の法則についてまとめておこう。

二つの物体 A,B があり、A から B に力が働く時には、必ず B から A にも力が働いている。この力は作用点を結ぶ直線（作用線）の方向にそって働き、互いに逆向きであって大きさは等しい。

である（「作用点を結ぶ直線の方向にそって」の部分も大事なポイントではある）。

「つりあい」と「作用・反作用」は「力の和が0になる」という共通点があるために、ついつい混同してしまう人がいるようであるが、全く違う概念であることに注意しよう。「つりあい」とは「一つの物体に働く複数の力の和」が0になることであり、「作用・反作用」とは「物体 A から物体 B に働く力」と「物体 B から物体 A に働く力」の関係である。

- 「つりあい」は一物体に働く力の話
- 「作用・反作用」は別々の物体に働く力の話

をちゃんと区別しよう。

「作用」「反作用」という名前は実際のところ「悪い慣習」である。というのは、この言葉が、以下のような間違っただけの印象を与えるからである。

これは間違い！！

まず、物体 A から物体 B に「作用」という力が働くと、それが原因となって、物体 B から物体 A に「反作用」が返ってくる。

作用・反作用には時間差はないし、原因と結果という因果関係でもない（英語では action-reaction となっていて、ますます誤解が大きいように思われる）。

次の点も、よくある間違いである。

9) 潔癖に徹すれば「我々は作用反作用の法則が成り立たない例を知らない」ということだ。これまでが人類が経験したすべての実験、観測したすべての現象において、作用反作用の法則が破れている証拠は見つかっていない。だから我々をこれを（少なくとも力学の範囲において）証明不可能な「要請（数学でいえば公理）」として扱う。

——— これも間違い！！ ———

物体 A が原因となって物体 B に力が働く時、物体 B に働く力が「作用」であって、物体 A に働くのが「反作用」である。

「作用・反作用」は「作用」が「主」、「反作用」が「従」という関係ではない。したがって、二つのペアとなる力のどちらを「作用」と呼び、どちらを「反作用」と呼ぶかは単に「人の勝手」「その時の気分次第」である¹⁰⁾。

この勘違いに連動して、このように間違っただ概念を持っている人もいる。

——— 「作用→反作用」に連動した間違い ———

私が壁を押す。壁は私を反作用で押し返す。私の力が主で壁の力はそれに応じて生じたものだから、

私の力の強さ > 壁の力の強さ

である。

そもそもないはずの「主従関係」を持ってしまったせいで、大小関係も勘違いしてしまうという間違いである。「作用・反作用」という名前に引きずられないように、注意しよう。

以上のような状況に対し、(特に同様の誤解を持ってしまった人から)「これは用語が悪い！」という感想が出てくることがある。ごもっともである。しかし、「教える立場」に立つ側としては、とりあえず今現在使われている用語を使って教えるしかないのだから、「悪い用語」を使いつつちゃんと教えるようにしていくしかない。誤解を持ったまま教えて「誤解の再生産」をしてしまうのが一番困る。

——— よくある質問 ———

なぜ作用と反作用の大きさは等しいのか？

これは当然出てくる疑問であり、もしも生徒から聞かれたら、先生であるあなたは明確に答えを述べることができなくてはいけない。

これに対する正しい答えは「それが物理法則だから」ということになる。

教える側はどうしても生徒や学生の「なぜ？」という質問に(それらしい)答を返したくなるものであるが、上の質問に対してもっともらしい答えを用意することはよろしくない。ニュートン力学では「作用・反作用の法則」は証明できない物理法則(原理)である。

——— 補足 ———

「作用・反作用の法則は空間の並進対称性から証明できる」という立場も、あるにはある。その場合は「空間の並進対称性」を原理にしている。解析力学では、「作用¹¹⁾が並進対称性を持つ」ことから作用反作用の法則を導くことができる。だが、ニュートン力学ではこれは「公理」のようなもの(要請)とするしかない。

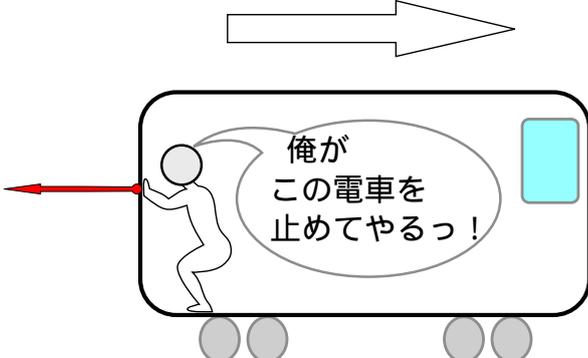
「証明できない」は「納得できない」とは違う。作用反作用の法則が成り立っていることを「納得」するには、成り立っていなかったらどんな理不尽なことが起こるか、という説明をすればよい。

10) これに限らず、物理の世界では「人間の意図」などは現象に関係ないし、「何が主体として起こったのか」も実際に起こる現象がどうなるかは関係ない。

11) この「作用」は「作用」「反作用」の作用とは別の用語である。ややこしい。

2.3 作用・反作用の法則は「何がうれしい」のか？

作用・反作用の法則が成り立っていることに関連する現象として、次の問題を考えよう。



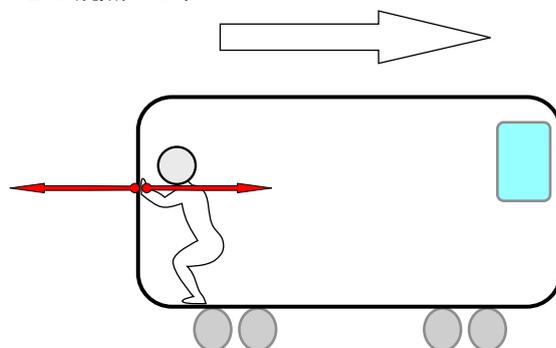
右に走っている電車を「俺がこの電車を止めてやるっ!」と叫んでいるこの人が中から左に押すことで止めようとしている。この企てはいかにも失敗しそうだが、なぜだろう??—そのことを図解する絵を描いて、中学生が納得するように「この人はなぜ電車を止められないのか」を説明せよ。

これは授業中に「みんなで考えよう!」ということで討論しながら考える題材にしてもらった問題である(できてない人には少しずつヒントを与えた)。

まず問題のとっかかりとして、

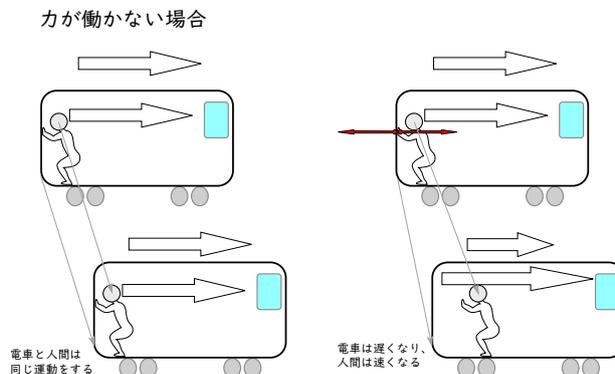
作用・反作用の法則から、「人が電車を押す力」があれば「電車が人を押す力」がある。

ということを考えてみよう。この観点から、



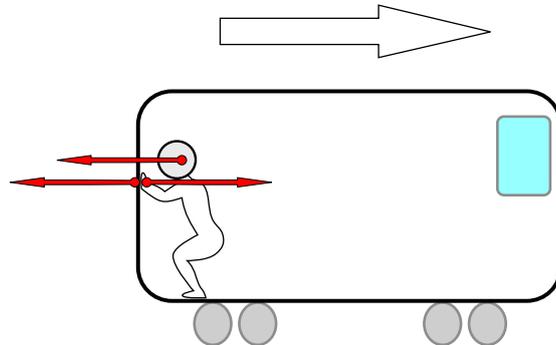
のように力を追加するべきであることがわかる。

しかし、力がこれだけだとおかしい現象が起こる。右の図に力が働く場合と働かない場合の比較を示したが、力が働かないなら電車と人間は最初の運動をそのまま続けることになる(これは日常経験することだ)。力が働いた場合を考えると、電車には左向きの力しか働いてないから、速度は遅くなる一方、人間には右向きの力しか働いてないから、右に加速する。結果として右の図に描いたように、人間と電車の壁はすぐに離れてしまう。それはおかしい。



電車で壁を押したからといって電車内で移動したりはしない、という経験からすると、このとき人間には左向きの力も働いているはず。

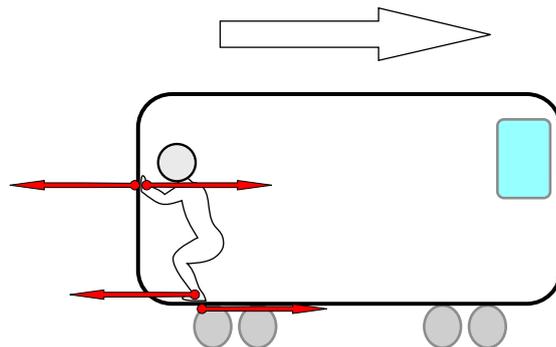
とわかる。とはいえ、



のような図を描いたらそれでいいかというと、「この新しく描いた力（人間に働く左向きの力）は何??」がよくわからないのでは、問題は解決してない¹²⁾。

この力は何か?—と問われて「慣性力です」と答える人がいるのだが、電車は等速運動しているんだから、慣性力の出番はない¹³⁾。

人間には左向きの力が働いているのだが、その力として考えるべきは実在の力である。実際に自分が壁を押しているときに、どうやって押すかを考えてみれば、



という絵が描ける。つまり、「足で踏ん張る（ことで電車の床を押す）」力が存在する（これは問題を解くための都合の問題ではなく、実際にそうなる）。

新しく現れた二つの力は、「人間の足が電車の床に及ぼす（蹴る）力」と「電車の床が人間の足に及ぼす力」である。「人が電車を押す力」と「電車が人を押す力」は作用反作用だから等しい。また、「人間の足が電車の床に及ぼす力」と「電車の床が人間の足に及ぼす力」も作用反作用で等しい。人間が電車内で動かないことから、「電車が人を押す力」と「電車の床が人間の足に及ぼす力」はつりあっている。よってこれら四つの力は、全部大きさが等しい。

ということは、電車に働く二つの力も大きさが等しく逆向きなので、電車には力が働かないことになる。よってこんなことをしても電車の速度を変えることはできない。

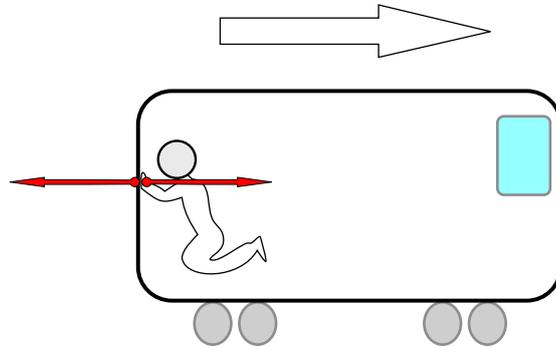
12) 「よくわからない力だが電車が加速しないように力が出てくるはず」というのでは、「人間の都合」で力が出てくることになってしまう。そんなのは物理ではない。というより、科学的思考としておかしい。

13) この他にも「慣性の力」とか謎の力を加えている人が結構いた。「慣性」というのを「力の一種」のように思うというのも、よくある誤解である。

よくある質問

じゃあ、電車の中で人が浮いていて、足が離れていたらどうなりますか？

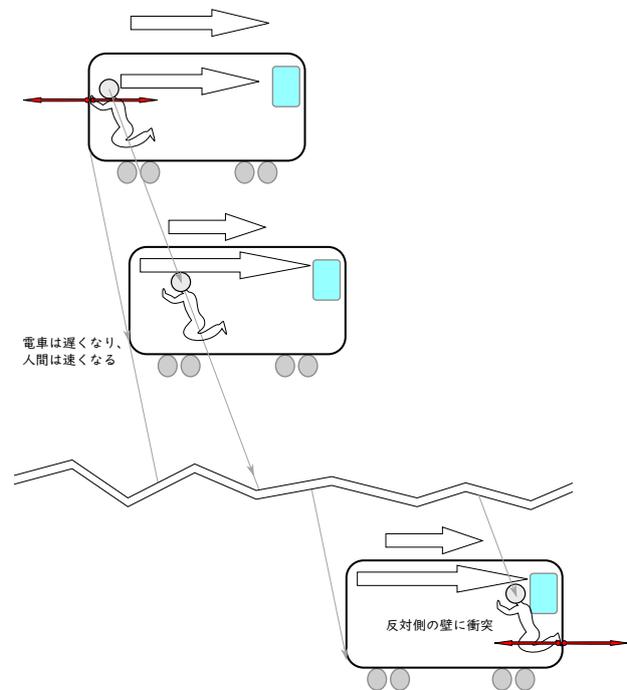
うん、いい質問。っていうか、中学生あたりにこの話をすると必ず出る質問がそれです¹⁴⁾。教員は生徒がどんな疑問を持つかを知ってなきゃいけないから、教える立場に立つ人がこういう質問を思いつくのは大事である。以下で考えよう。



のような状況である。

「そもそも空中に浮けないだろ」というツッコミはとりあえず無しにして、このような状況でこの後どのような現象が起こるかを考えていこう。

この場合は、電車は遅くなり、その替り人間は右向きに加速する。結果、右の図のように電車の前方の壁にぶつかる（実際にはその前に人は床に落ちるだろうけど、この人は浮くことができる人なのだ）。ぶつかったときに再び電車は加速し、人間は電車内で静止する。つまり、結局この人間が空中にいる間だけ電車は遅くなることになる。



よくある質問

それを何回も繰り返せばなんとかなりませんか。

衝突でまた元の速度に戻っちゃうから、元に戻るのを何回も繰り返すだけだね。

人間と電車を「ひとまとめの物体」と考えたとき、人間と電車の中に働く力は「内力」になって、内力は（作用・反作用の法則のペアなので）足し算すると必ず消し合う。というわけで内力を使ったのでは決してこの「ひとまとめの物体」を加速することも減速することもできない。

ここまでがわかったところで、次の問題を考えてみよう。

14) 「中学生はそんなに賢くないのでは？」と疑問を持つ人もいるかもしれないが、たくさんの生徒を相手にしていれば（その子が賢いかどうかはあまり関係なく）誰かが思いつくものなのである。また、あなたが授業をしていてこういう質問が出なかったからといって安心してはいけない。なんらかの事情で（恥ずかしいとか、あなたが怖い先生だから聞けないとか）聞きたいけど質問できない場合だってあるのだ。

★【問い 2-2】

では、実際の電車が加速・減速できるのはなぜだろう？

★【問い 2-3】

宇宙空間の真空中にあるロケットが「加速」できるのはなぜだろう？

2.4 電車の問題をもう一つ

以下の文章は、「おもしろくても理科」（清水義範著・講談社文庫）からの引用である。

漫画家の西原理恵子さんが、週刊紙にエッセイを連載していて、これがなかなか面白い。麻雀ばかりしている独身の変な女性漫画家の頭の中が、あまりにとてつもなく奇妙で笑ってしまうのだ。

その、西原さんのエッセイの中に、次のような疑問を投げかけたものがあった。

実は私にはずーっと不思議だったのだが、バカにされるかもしれないので人前では言えなかった疑問がある。こっそりきいて、何度教えてもらってもわからんのだ。思いきって言う。

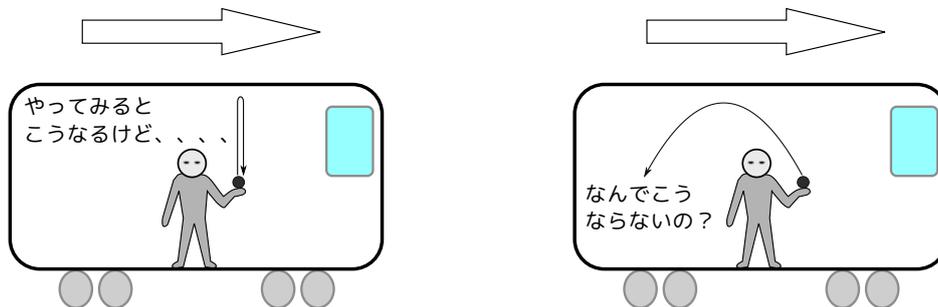
走っている電車の中で飛びあがった時、どうして飛び上がったその、同じ地点におりてくるのだ。変じゃないか。

西原さんの疑問にあなたは答えられるだろうか？—「おもしろくても理科」の中では、著者の清水義範氏が、この説明に悪戦苦闘している。理科を教えられた人の中に生まれたこういう「素朴な問い」は、「バカにされるかもしれないので言えなかった」とならず、早めに解消しておきたいところだ（自然への疑問を解決することが理科という教科の使命である）。

動く物体は人間みたいな複雑な物体じゃない方が考えやすいので、ジャンプじゃなくボール投げにして、以下のような問題を考えていくことにしよう。

素朴な問い

走っている電車の中でボールを真上に投げ上げると、ちゃんと手元に戻ってくるが、どうして電車が進んだぶん後ろに落ちないのか？



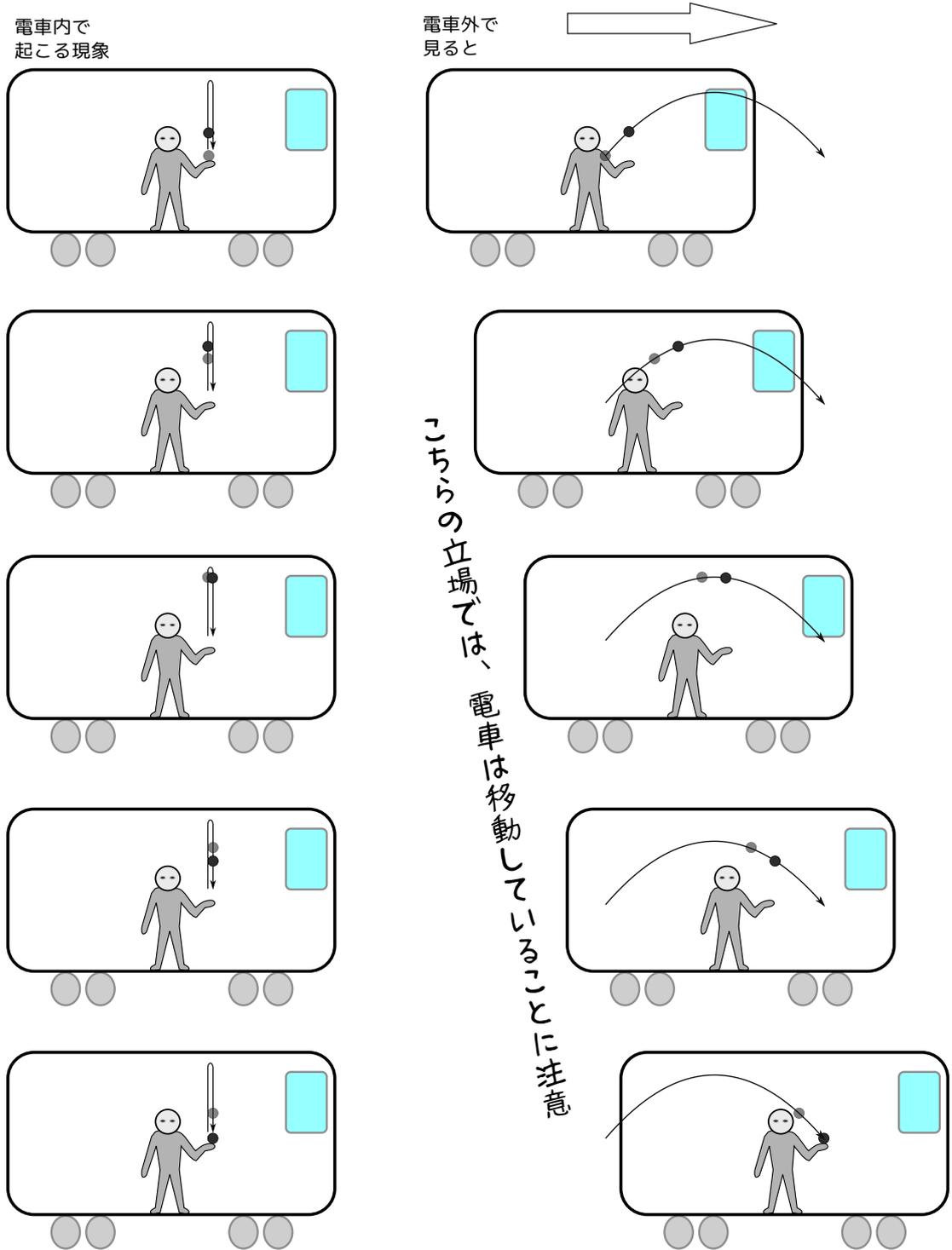
という問いに対してちゃんと答えられるだろうか？

図による説明は次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

物理法則による説明は後で行うとして、この疑問には、「電車内と電車外のそれぞれの立場でちゃんと絵を描く」ことで答えることができる（下の図参照）。

動かせるアニメーションプログラムが以下にある。

<http://www.phys.u-ryukyu.ac.jp/~maeno/physgairon2019/denshanai.html>



電車内で「まっすぐ真上に投げ上げて手元に戻ってくる」という現象の時間経過を描くとと図の左の

列のようになる。

これを電車外から見たのが図の右の列である。電車や人はみな右側に運動しているので、放物線を描いて物体が運動していることになる。

じゃあなぜ物体（投げ上げられたボール）は電車外で見ると放物線を描く運動になるかというと、実は投げ上げる前から、ボールは図の右向き速度を持っているのである。

電車内で見て真上に投げ上げられた物体は、実は電車外から見ると斜め上に投げ上げられたことになる（「相対運動」という概念も持っていないと、この問いには答えられない）。

電車内の人は、自分は投げ上げるという動作によって、ボールに ● のような速度を与えたつもりでいる。そして、電車内ではその速度を「初速度」とする運動 ● が起こる。

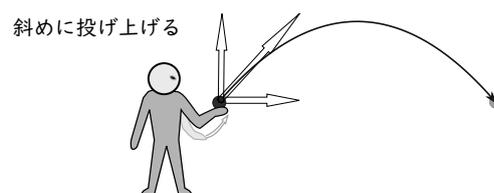
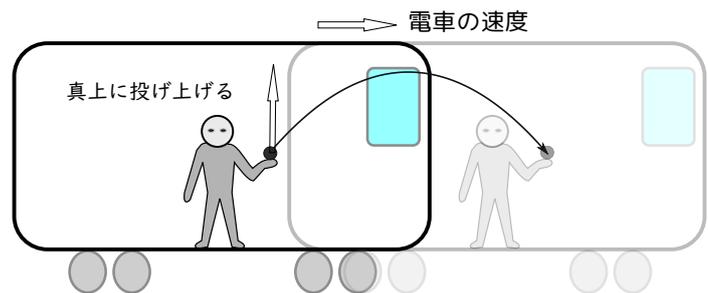
ところが同じ現象を電車外で見ると、ボールは投げ上げられる前から、● のような速度を持っている。これに、人によって加えられた速度 ● が足されることで、ボールの初速度は ● のようになる。

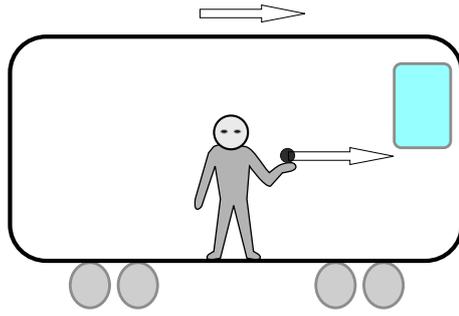
この初速度を持ったボールは、その後 ● のような運動をする。

この放物線を描く運動は、電車の外で斜めにボールを放り上げた場合の運動と（電車外で見れば）同じ運動である（右の図参照）。この運動を電車内から見ると「真上に上がって真下に落ちてくる」という運動になる。

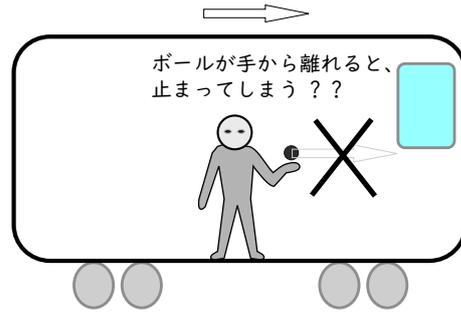
「人が投げ上げる前」を考えると、このボールは電車と同じ速度で走っていた。この「人が投げ上げる前に持っていた速度」は、人がボールを投げた後も消えずに残っている。これを「手を離れると速度は消えてしまう（残らない）」というふうに考えると「自分より後に落ちるのでは？」という考えをしたくなるのである。

この電車の誤解が起こる理由は、いろいろな要素が混じっているのだが、上のように「ボールが手から離れると、もう『誰もボールを運んでいない』から止まってしまうのではないか」という誤解をしてしまうことはその要素の一つであろう。

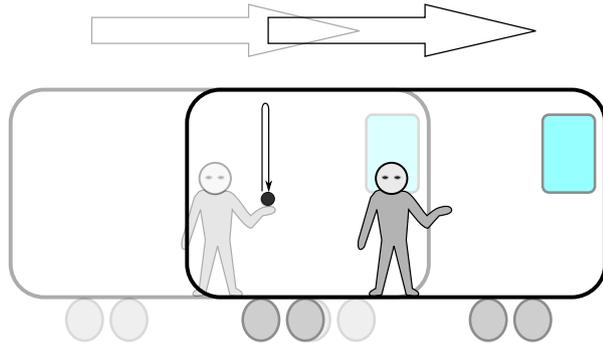
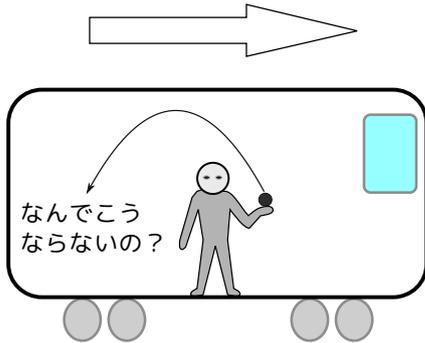




電車内でこうなるのでは？という誤解は



電車外でこうなるのでは？という誤解



人類がずっともっていたこのような誤解を正したのが、力学の3法則の一つ（第1法則）でもある

慣性の法則

力が働いていない物体は静止もしくは等速直線運動を続ける。

である。「もしくは」以降が重要だ（静止していることは納得しても、等速直線運動していることもある、ということ納得できない人は多い）。

おもちゃの車で遊ぶ子どもは

「力を出すと動く」

「力を出さないと動かない」

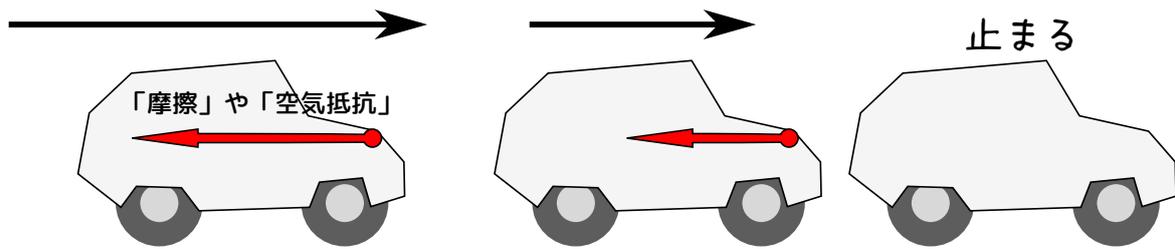
と素朴に学習する



この法則は日常の感覚（床にボールを転がすと、いつかは止まる）にはあわないが、それは日常生活においては「力が働いていない」ことは（ほぼ）ありえないからである。むしろ「押せば動く」というのが我々の素朴概念である。これは子供の頃、おもちゃの車を押して動かしたところから持っている「根強い素朴概念」である。

この「物体が動くなら、誰かが力を出している」という間違った素朴概念ができあがる理由は、この世界には摩擦や空気抵抗など、「運動を邪魔する力」すなわち「運動を止めようとする方向に作用する力」が存在しているからである。

この力（摩擦力や空気抵抗）は人間が出しているものではないし、目には見えないからその存在が実感しづらい。



ガリレオは斜面を用いた実験を繰り返すことで「摩擦」や「空気抵抗」など、「運動を邪魔する力」がない場合に何が起こるかをイメージし、それから「法則」を見つけることができた。我々の‘常識’は摩擦などの「邪魔」によって隠された世界の中で作られたものなので、その「邪魔」を注意深く取り除いていくことで、本当の法則が見えてくる。

なお、この法則を発見したガリレオが天動説に反対して「地球は動いている」と言った人でもあるというのは偶然でもなんでもない。「地球が動いているなら我々は落ちてしまうはずだ」というのが「慣性の法則を知らない人たち」の常識だったからなのである。

この慣性の法則があるおかげで電車でジャンプすると「元の場所」に降りるし、人類が秒速 30 キロメートルで動いている地球から放り出されることもない¹⁵⁾。

なお、「慣性」と「慣性力」は全く別の概念である。後で説明するが、慣性力はいくまで「非慣性系（という特別な状況）で働くみかけの力」であり、「慣性」は逆にどんなときでも物体が有している性質である。そして「慣性」は「力」ではない。

単に単語の意味として「慣性力」を誤解している例も多いが、同様に「慣性」というのを「力の一種」と誤解している例も多く見られる。たとえば「投げられたボールが手を離れても動き続けるのはなぜですか？」という問いに、

慣性が押しているからです！

と答えるのはその例である。慣性は「動いているものが動き続けるという性質」ではあるが、それは「力」ではない（力とは別の概念である）。↑のように答える人は、力と慣性という別のものをごっちゃにしている（違う概念が分化できてない）。もっとも、この間違いは昔の物理学者もしていたと思われるので、「ごっちゃになっても仕方ない」と言えば、仕方ない。

この間違いは、次に説明する MIF 誤概念と結びついている。

15) ここで「でも地球や太陽は円運動しているのでは??」と疑問を持った人もいるかもしれない。円運動は厳密には「等速直線運動」ではないので話は少し違うのだが、幸いなことに、円運動と言っても十分大きな半径の円ならば、直線運動と考えても大きな差は出ない（小さな差なら出る）。

2.5 運動方程式と MIF 誤概念

2.5.1 運動方程式

慣性の法則でも、「人間の直観は物理法則に合わない」という話をした。運動の3法則のうち、第1法則（慣性の法則）と第3法則（作用・反作用の法則）はどちらも直観に反する（しかし、正しい）。では残った第2法則（運動方程式）はといえば、これも直観に反する点を含んでいる。「運動方程式は？」と聞かれたら、おそらくほとんどの人が「 $F = ma$ 」と答えることができるだろう。だが、教える立場に立つ人は「式が言える」だけではその本質がわかっているとは限らない。ことに注意しなくては

いけない。「式が言えるなら、問題が解けるんだからそれでいいじゃん」と思う人も、もしかしたらいるかもしれないが、それは全く違う。物理という教科（学問）の目標は「自然現象を理解すること」なのであり、式が言えたってそれだけでは目標は達成されていないのである。「それでいいじゃん」と思ってしまった人は、この後の「誤解の例」をよく見て「これでいいか？」を自問して欲しい。

運動方程式に関連する、多くの人が陥ってしまう誤概念に「MIF 誤概念」というものがある。MIF は「Motion implies a force」（運動あれば力あり¹⁶⁾）の略であり、Clement が提唱した¹⁷⁾。誤概念と名がついている通り、間違っているのだが、非常に強固に存在する間違いなのである。MIF 誤概念はアリストテレス的な素朴な自然観そのものであり、無理に式で書くなら「 $F = mv$ 」となる。実は式で書くのも正しくない。この誤概念を持っている人は、そもそも「力」の概念と「速度」の概念が未分化（ごっちゃ）なのである。

人間の直観は MIF 誤概念をサポートする方向なので、「ちゃんと物理を勉強してない人」は皆この誤概念にハマると思ってい。それどころか「ちゃんと勉強した」はずの人も、結構ハマる。

教える側は「ここに『落とし穴』がある」ことを認識したうえで教えていく方がいい。

MIF 誤概念が厄介なものであることはいろんなこと（テストの結果など）からわかるのだが、それが現れている例の一つとして、2018年の11月に実施された「大学入学共通テスト試行問題」の物理基礎の問題（問題番号などは書き直した）を見てみよう。これは Clement も「よくある誤解」として挙げて

いる例になっている。

16) これは意識であり、implies(原型は imply) は「(必然的に) 含む」「ほのめかす」「暗示する」などの意味を持つ動詞で、「A implies B」は「A ならば B だろう」という推論が成り立つことを表現する。よって、MIF が「運動があれば必然的にそこに力がある」という意味になる。

17) “Students’ preconceptions in introductory mechanics”, John Clement, American Journal of Physics 50, 66 (1982)

重力加速度の大きさが a の惑星で、惑星表面からの高さ h の位置から、物体を鉛直上向きに速さ v_0 で投げた。惑星の大気の影響は無視できるものとする。

問 図1は物体の位置と時刻の関係を示したものである。Rで物体にはたらく力の向きと大きさを図2のオのように示すとき、P、Q、Sで物体にはたらく力の向きと大きさを示す図は、それぞれ図2のア～カのどれか。その記号として最も適当なものを、下の1～6のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

P : Q : S :

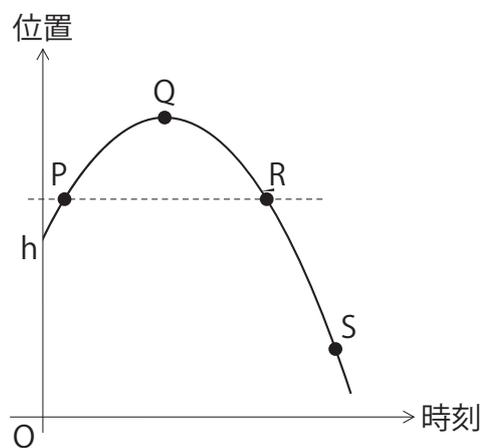


図 1

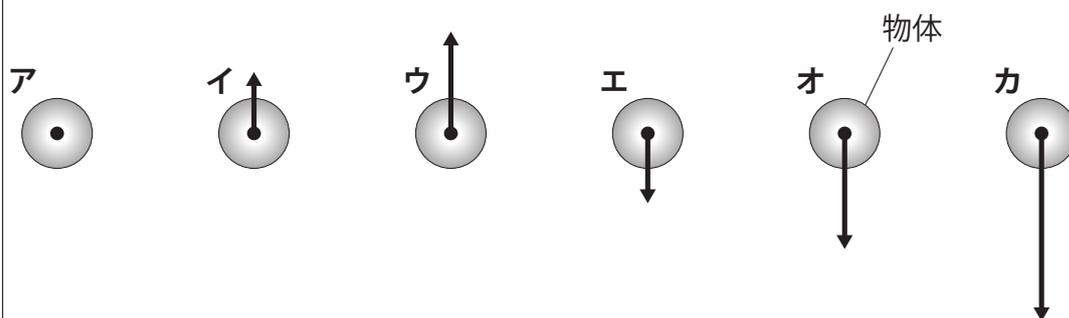


図 2

正解は次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

正解はすべて **オ** である。どう運動しているかに関係なく、働く力は重力のみであり、それは下向きに決まっている（間違っただけの人いるかな？）。

大学入試センターが公表している、この問題の正解率はそれぞれ、30.1%, 23.0%, 34.2%である。驚くべきことに¹⁸⁾、正解できた生徒の数は3割を切っている。なお、この問題を含む物理基礎の問題の平均得点率は約58%なので、この試験を受けた人は「平均点60点ぐらいの得点はできる人」なのに、この大事どころがわかってないのである。

この「大事どころがわかってない」生徒の中には、p9に書いた『「こういう問題が出てきたらこの公式を使う」のような「パターンマッチング」ができるようになっただけで、実は物理がわかってない』という生徒が入っていきそうである。

「重力は下向きに働く」とか「力は加速度に比例する」とか、中学の理科の先生、高校の物理の先生は教えているはずであるが、この問題を見て正しく解答できる人は23%より少ない—この現状に関して「教える側」の我々はどう思うべきだろうか？

なお、誤回答としては、

- P点では上に動いているから、力は上向きの**ウ**
- Q点では止まっているから、力が働いてない**ア**
- S点ではR点より速いから、R点より力が強くなって**カ**

のように間違える人が多かったのではないかと予測される。これは「典型的なMIF誤概念」である。特にQ点（最高点）で「力が0になる」という誤解は強固である（正答率もこの問題が一番低い）。なんとなく「この一瞬力が働いてないような気がする」という誤解は多いにありそうではある。

この誤概念は、単純に「 $F = mv$ なのか $F = ma$ なのかを間違える」という問題ではなくて、そもそも「力とは何か、速度とは何か」という概念が正しく形成されてない、曖昧模糊とした状態にある（しかも、そのぼんやりと曖昧な状態のまま、その先の物理を勉強している）人が多いのではないかと推測される。

チェックテストでも力や速度の向きを図示する問題を出したが、その結果を見ても、このような誤概念が根強いことがわかる。

力学における原理とは運動の3法則である。運動方程式 $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ を思い出したい¹⁹⁾。運動方程式 $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ を信じるなら（もちろん信じていいのだ！）、速度と力には直接の関係はない。直接関係しているのは「速度の変化」である加速度の方である。だから、例えば上の問題で「止まっているときは力は0」のように考えてしまう人は、 $\vec{F} = m\vec{v}$ のような誤った考えにとらわれているということになる。

「力が速度に比例する」のであれば、 $\vec{F} = m\vec{v}$ のような式になってしまうけど、これはアリストテレス的な考え方で、これを破壊するところから現代物理が始まった。アリストテレス的力学はガリレオが現れるまで千年以上信じられていたほどに強固であるが、ガリレオやニュートンによる実験と観察のおかげで物理法則はアリストテレス的でないことが示された（我々現代人は先人が作ってくれた原理を拠り所にして考えていくことができる）。

なお、この「速度と力は直接関係しない」というのは運動方程式だけではなく、慣性の法則にすでに現れている。「動いている物体に力を加えなければ、ずっと同じ運動を続ける」という法則を持ってい

18) これに「驚く」かどうかは人によるだろう。このテキストを読んでいる人の中でも、正解がすぐにわかる人（むしろこれの何が難しいのかわからない人）から、正解が **オ** だと聞いて「信じられない」と思った人まで、いろいろいると思う。物理を教える立場にいる人は「困ったことだ」と認識しなくてはいけないだろう。

19) 困ったときは「原理」に戻れ！—は物理に限らず、科学をやるうえで大事なことである。

ないと、先の電車の問題に正しく答えられない²⁰⁾。ガリレオ本人は航行する船のマストの上から物を落とす話で同様の考察をしている。ガリレオの時代に比べ、現代人である我々は「等速運動する乗り物内で起こる物理現象」をよく知っているのだから、慣性の法則や運動方程式を（アリストテレスに比べて）より実感しやすいはずである。

「お前の心の中のアリストテレスを殺せ」

この誤概念がある場合、「速度と力の概念が未分化」という状態になってことがある、それはもっと深刻である。たとえば上の問題でどのように力が働いているか、と問うと

物体の速度が重力に勝っている間は上向きに進むが、やがて負けて静止し、いずれ落下する。

という言い方をする生徒がいる。この子の頭の中には「速度<重力」のような不等式が浮かんでいることになるが、そもそも速度と重力は（単位も次元も違うから）比較不可能である²¹⁾。「速度<重力」のように表現してしまう時点で、実は力と速度がごっちゃになったままで説明しようとしているわけである。

正しくは

物体の速度が重力によって起こった加速度（下向き）によって減っていき、やがて静止し、いずれ落下する。

ということになる。勝ち負けの問題ではないのだ。

2.5.2 〈チェックテスト 3〉

ここで、前にやってもらったチェックテストを思い出そう。

チェックテスト

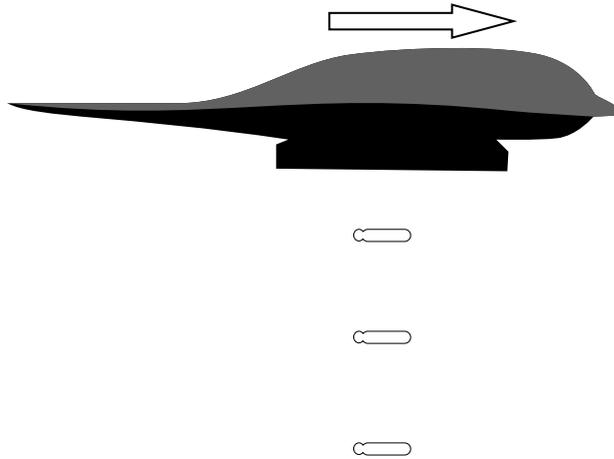
☆ 〈チェックテスト 3〉

下の図は、爆撃を行っている爆撃機の写真である。



- 20) 現代の見方からすると、運動方程式で力を0にすると $\vec{v} = \text{一定}$ になるので、第1法則は第3法則に含まれているのでは？ という考えもある。しかしニュートンの時代では「第1法則」として強調していくことが必要だったのだ。
- 21) 重力はいつも同じ（地球なら、下向き 9.8m/s^2 ）である。速度は最初 10m/s だったとしてだんだん減って行って0になりやがて負になるわけだが、 $9.8\text{m/s}^2 < 10\text{m/s}$ だからと言って「速度が重力に勝っている」とは言わない。というよりそもそも、「 $9.8\text{m/s}^2 < 10\text{m/s}$ 」は間違った式である。

下の図は写真の状況を模式的に表したもの（爆弾は代表して三つのみ描いた）である。

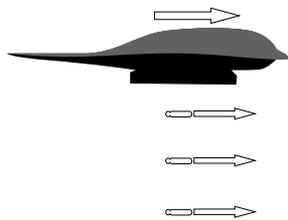


三つの爆弾それぞれに働いている力を●（●が作用点）を使って、速度を→を使って矢印で表し、上の図に描き加えよ。

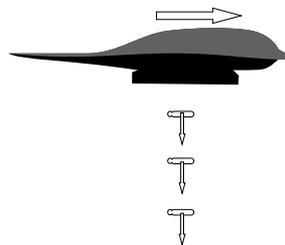
以下で、この問題をある年度の学生さんたちにやってもらった結果について説明しよう。

2.5.2.1 〈チェックテスト3〉の速度

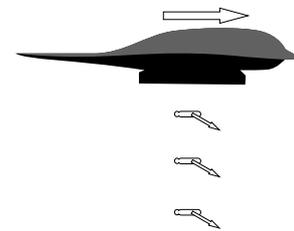
速度に関する解答は、大きく分けて、



速度が右向き



速度が下向き



速度が右斜下向き

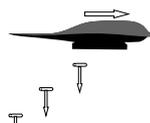
のような3種類が出現する（まれに、左斜め下も現れる）。3種類の解答（細かく分けるともっと種類は多い）が出るのは面白いところである。

人数分布は以下の通り。

	2018年度	2019年度	合計	割合
速度が右向きで一定	8	16	24	31.2%
速度が右向きで下ほど遅い	5	6	11	14.3%
速度が下向きで一定	2	0	2	2.6%
速度が下向きで下ほど速い	0	10	10	13.0%
速度が斜め右下向きで一定	11	0	11	14.3%
速度が斜め右下向きで下ほど遅い	0	2	2	2.6%
速度が斜め右下向きで下ほど傾き、速い	0	8	8	10.4%
速度が斜め左下向きで一定	1	1	2	2.6%
速度が斜め左下向きで下ほど遅い	0	1	1	1.3%
解答なし:	3	3	6	7.8%

速度が真下を向いてしまう人は、爆撃機から外に出ると「速度」という物理量も（これまでどうだったかとは）関係なくなってしまうという考え方をしているのではないかと考えられる。

実は速度は（力が掛からない限りは）変わらないのが正しい（慣性の法則）のである。今の場合には下向きの重力が働くのでそれによって速度は変化するが、それは鉛直方向であって、水平方向の速度は不変である。



爆撃機から出ると速度が消えてしまうのなら、のように爆弾は飛行機より後ろにいることになるはずである。写真でそうならないということからこれが違うことはわかるはずなのだが、物理現象を読み取ることができていない。

速度が真右を向いてしまう人は、「落ちている」という現象を忘れてしまっているようだ。

なお、右向きの速度を持っていること自体は正しいのだが、速度が右向きの成分を持つ理由を質問してみると、

爆撃機から力を受けているから

もしくは

爆撃機に力を与えられているから

という解答が返ってくることもある。これらは、「速度」と「力」の概念が分離できていない回答だと思う。運動＝力ではないのであるが、そこが理解できていない。誰かが「力」を込めた結果²²⁾が物体の運動であることには違いはないのだが、そこが曖昧なままの理解になっている²³⁾。

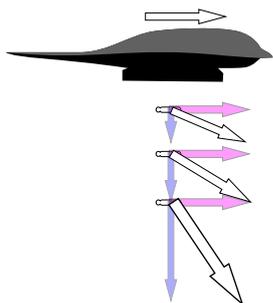
この答えで、もう一つ問題なのは、爆弾はすでに爆撃機から離れているのに爆撃機からの影響を受け続けていると考えているところである。重力やクーロン力などの遠隔力はともかく、今の場合爆撃機から爆弾に力が働いたりもしない。

なお、左斜め下の速度を描いてしまう人も少しいる。これは無意識に「爆撃機に乗っている人」に視点が移ってしまったのかもしれないし、後で説明する「空気抵抗」を考えて、しかも「力＝速度」になってしまったのかもしれない。

全体に、「速度の向き」と「力の向き」がごっちゃになってしまっている回答が多かった。

22) この場合は爆撃機に乗っている間に速度は与えられており、その速度がそのまま残っている（慣性の法則）。

23) これは熱力学の話でも重要になる「stock」と「flow」の違いがわかっていない例であるとも考えられる。



正解を図解しておく、左の図のように、速度は右斜め下向きであり、右向き成分は変わらないままに下向き成分が増えていく。

つまり、上の典型例の中には、厳密な意味での正解者はいない。実際にテストを行った結果でも、斜めに速度を書いている人も、一定の大きさと一定の角度で描かれている場合が多く、完全に正解と言える解答はとても少ない。

なお、正解のアニメーションが

<http://www.phys.u-ryukyu.ac.jp/~maeno/physgairon2018/bomber.html>



にある。

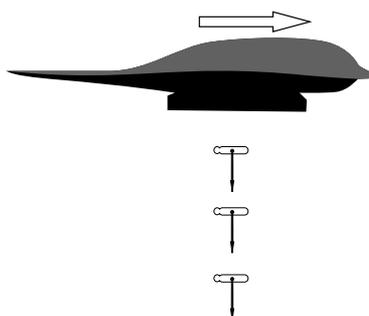
よくある質問

水平方向の速度ってほんとに変化してないでしょうか？—若干変化してたりしませんか？？

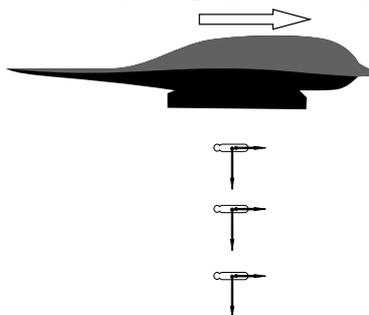
「若干」って言葉の定義による（実際のところ、空気抵抗があるわけだし）けど、それは確かに変化することもあるでしょうね。ところがここでは最初に  という写真から話が始まっているよね。ここでもし、爆弾の水平方向の速度が爆撃機に比べて変化してしまっていたら、こういうふうに爆弾と爆撃機が縦一列に並んだりしない。つまり水平方向の速度は変化していたとしても「目に見えるほど」ではないことがわかる。写真という形で「目に見えている現象」に関する理解ができていれば、ここでは悩むことはない。

2.5.2.2 <チェックテスト3>の力

力の方は下の図が正解である。



しかし、下の図のように存在しない「右向きの力」を描いている解答がかなり多かった。



人数分布は以下の通り

下向きの力のみ（正解）	15
上・下・右の三つの力	6
下・右の二つの力	4
下・左の二つの力	1
下・右・斜め右下の三つの力	2
上・下の二つの力	1
下・右の二つの力だが、右の力は下に行くと消える	1

ここでも「力」と「速度」の混同が見られる。このような間違いは「MIF 誤概念」と名前がついている、非常に強固な「直観的な思い込み」によって起こる。

MIF とは「motion implies force」の略。つまり「運動があれば力がある」という間違いである。人間の直観は MIF 誤概念をサポートする方向なので、「ちゃんと物理を勉強してない人」は皆この誤概念にハマると思っている。

では誤概念にハマらないためにはどうすれば、ということ、ここでも

困ったときは「原理」に戻れ！

を思い出したいところだ。

運動方程式 $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ を信じるなら（もちろん信じていいのだ！）、力が働かない水平方向の速度は変化しない。あるいは逆に、水平方向の速度が変化してないと観察されることから、水平方向の力は無いとわかる。

物理法則を式に書くということには意味がある。数式で書き表したことで、人間の持つ「こうなるんじゃないかな」という思い込みから脱却できるのである。この「思い込み」が正しいなら問題はないが、そうでない場合にこそ、数式は役に立つ。数式はある意味、人間より賢い。

ここで「水平方向に力が働いてないのにどうして水平方向に動くの？」と考えてしまう人は、MIF 誤概念から抜け出せていない。慣性の法則を思い出せば「水平方向に力が働いてない状態で水平方向に同じ速度で運動が続く」のは、むしろ当たり前のことである。

2.5.3 〈チェックテスト 4〉

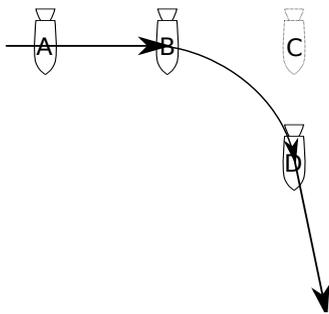
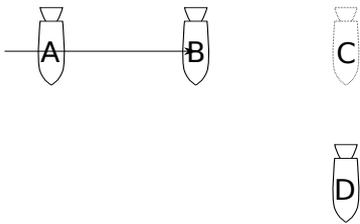
以下の問題を考えよう²⁴⁾。

チェックテスト

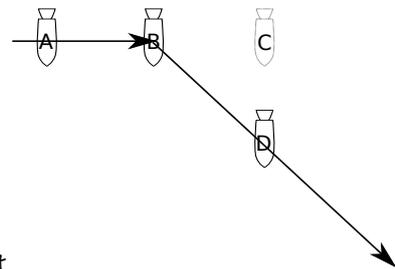
☆ 〈チェックテスト 4〉

無重力の宇宙空間内を宇宙船が A 地点から B 地点まで等速直線運動してきた。このままなら宇宙船は C 地点に到着するところだったが、ロケットエンジンを噴射したため、宇宙船は D 地点に到着した。D 地点でロケットは噴射をやめた。

宇宙船の B 地点から D 地点、およびその後の運動の軌跡を図に描き込め。



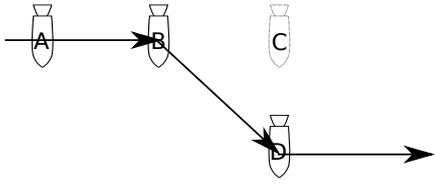
正解は、D である。力が働いていない AB 間と D 以降は等速直線運動、BD 間は加速度のある曲線運動で、しかも B と D ではスムーズにつながる。



もちろん正解もそこそこあったのだが、一番多かった誤答は D であった。これだと BD 間も直線運動しているし、B で急激に速度が変化していることになる ($\frac{d\vec{v}}{dt} = \infty ? !$)。これでは「噴射を始めた」ら瞬間的に加速が起これ、それが終了していることになる。実際に自分が車などで発進する時のことを思い浮かべれば、それはおかしいと考えるはずである (こういう肌感覚を是非持って欲しいし、生徒に持たせられるようになって欲しい)。

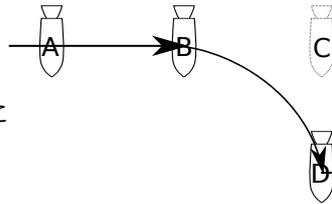
24) これは「MIF 誤概念」を提唱した Clement が行った試験。「慣性についての高校生の素朴概念に関する教師の認知」(中山 迅・猿田祐嗣、科学教育研究 Vol.19 No.2(1996)) に詳しく紹介されている。

なお、これに限らず、B点（加速開始時点）もしくはD点（加速終了時点）が不自然な「角」になっている答えはいくつかみられる。このあたりは「自然においてはスムーズな変化が起こるものだ」という感覚²⁵⁾が持ててないということが推測される。



また、
のような図もあった。

噴射が終了すると、まるで噴射していた間のことが「なかったこと」のように運動が元に戻っている。「力が働く」ことによって運動が斜めになるが、力がなくなったら「元の状態」に戻ってしまう、という考え方をしているようである。これも、運動方程式が「速度が変化するのは力が働いたとき」という主張であることをちゃんと理解していれば起きない間違いである。



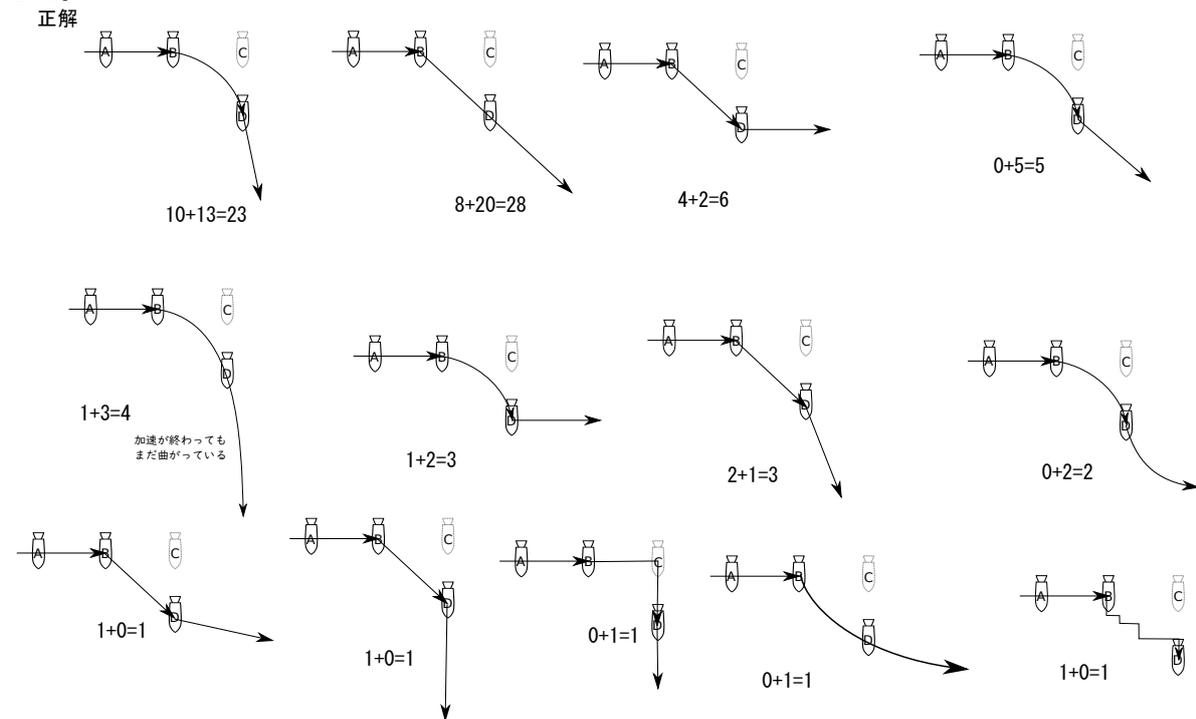
曲線になるところはあっているのに

のように、なぜか噴射

をやめると「運動を忘れる」回答もあった。こちらも、ロケットがあたかも「元の状態」に戻りたがっているかのごとき考え方をしているようである。

物理では「状態を指定するのにどれだけの変数を決めなくてはいけないか」が重要である。物体の運動を考えるならば、位置ベクトル \vec{r} （3次元なら三つの変数）を決めなくてはいけないことはもちろんであるが、さらに速度ベクトル \vec{v} を決めないと「状態」は指定できない。上のような「速度が元に戻る」という考え方をしている人の頭の中では、速度ベクトルは「状態を指定する変数」になっていないものと思われる。

回答の分布は以下のようなものである。（2018年度の数字） + （2019年度の数字） = （合計）のように表記した。



25) 「自然は飛躍せず」というのは植物学者であるリンネの言葉であるが、物理にだって言える。

残念ながら大学生に対しても正解は半分以下であることが多い。「物理を理解している」ということは、「どういう運動をするのが物理法則に即しているのかが判断できる」ことである。「運動方程式を解いて計算できる」ということは二の次なのであるが、「計算できる」が「物理がわかってない」層が結構いることがわかる²⁶⁾。

これは逆に言えば「数式は人間より賢い」ということでもある。人間が数学を「発明」して数式を使うのは、「数式なしに考えたら間違えてしまう問題」を間違えないための方策なのだ、とも言える。

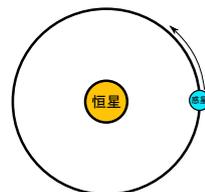
2.6 円運動と MIF

MIF 誤概念の例をもう少し、考えていこう。以下のような問いを考える。

★【問い 2-4】

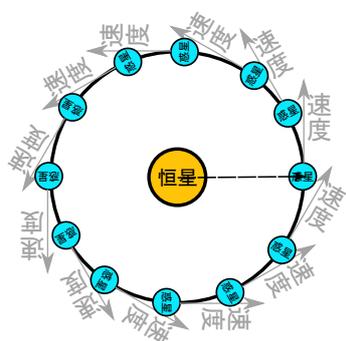
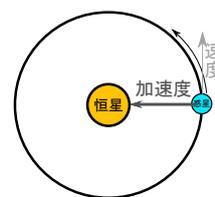
恒星（たとえば太陽）の周りを惑星（たとえば地球）が等速で円運動している。

図に「速度」「加速度」「力」の矢印を描き込め。

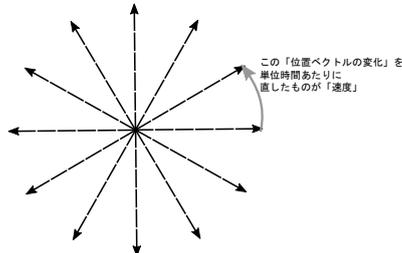


正解は速度と加速度に関しては右の図のようになるのだが、これもしばしば、加速度が速度と同じ方向を向いている答えが出てくる。

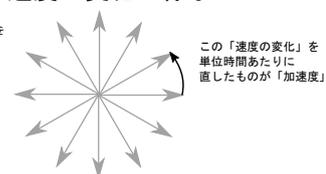
円運動しているときの加速度が中心方向を向くことについては、下のような図を描いて理解すべきである。



位置ベクトルの変化の様子



速度の変化の様子



つまり、

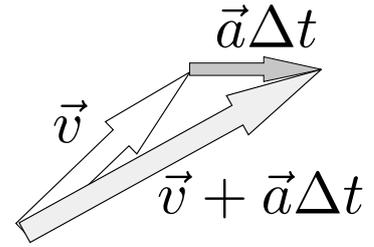
- 「位置ベクトル」が回転しているとき、その位置ベクトルの変化（速度）は位置ベクトルと直交する方向を向く。
- 「速度ベクトル」が回転しているとき、その速度ベクトルの変化（加速度）は速度ベクトルと直交する方向を向く。

ということが図から読み取られる²⁷⁾。

26) 普通に黒板に書いて説明して練習問題を解いて、という学習の仕方ではなかなか「誤概念の解消」や「概念の理解」には達しない。この辺りを変えるには試験も含めて教育を変えていくしかない、というのが昨今の流れだが、容易なことではないだろう。

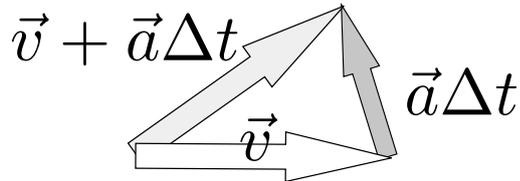
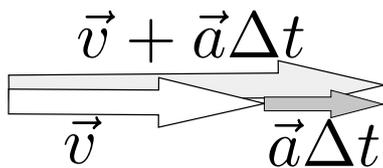
27) 以上からわかるように、物理の法則を直感するためにはベクトルとその変化という考え方が非常に大事なのだが、残念なことに高校数学ではベクトルがどんどん教えられなくなってきて、物理を教える人がベクトルの計算などについても教えなくてはいけない状況になってきている。

高校の教科書を見れば「速度のベクトルの変化が加速度ベクトル $\times \Delta t$ 」という説明が、右のような図とともに載っている。これを素直に適用すれば、速度ベクトルが回転している場合の加速度ベクトルは速度ベクトルと直交する方向を向くことが理解できるはずだ。加速度というベクトルは、「速度の大きさの変化」と「速度の向きの変化」の両方に依存している。



速度の大きさが変わる「加速」

速度の向きが変わる「加速」



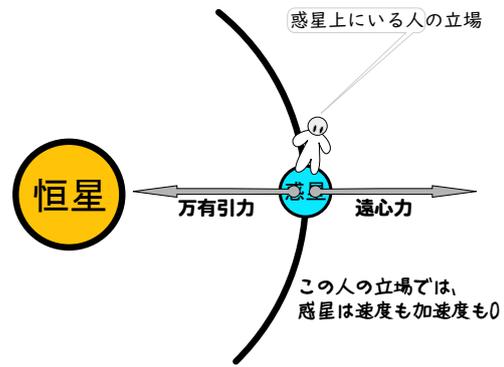
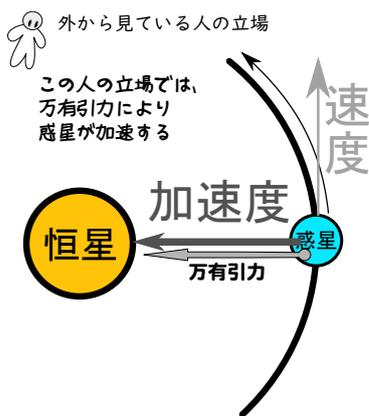
どちらかというとな左の、「速度の大きさが変わる加速」の方がよく出てくるためだろうか、「速度の向きが変わる加速」の存在がすっぱり頭から抜けてしまっている人もいるので注意しよう。

円運動している惑星の例は「速度の向きが変わる「加速」」をしている。

なお、力も非常に間違いやすいのだが、正解は  のように、加速度と同じ方向（中心向き）である（運動方程式は $\vec{F} = m\vec{a}$ なのだから当然だ）。

ところが、これも MIF 誤概念のためであると推測される²⁸⁾が、右の図のような「速度と同じ方向へ働く力」を描いてしまう人が結構な割合で存在する。「速度方向の力」だけ描いてしまう人もいるし「速度方向の力」と「中心向きの力」を両方描いてしまう人もいる。

間違いの例としてもう一つ多いのは「遠心力」を書いているもの。『遠心力』は回転する観測者からみるとあると思われる、見かけの力であるから、遠心力を感じる立場であればこの惑星の上に観測者がいることになり、その観測者から見たら惑星の速度も加速度も 0 である（つまり、速度も加速度も 0 とする立場ならば遠心力があって正しい）。下の 2 つの図は、どちらも（それぞれの立場で）正しい。



遠心力は「見かけの力」であり、実在の力ではない。遠心力という力が発生しているようにみえる理由は、慣性の法則が関係している。上でも述べたように、円運動と直線運動の違い「運動の向きが変わっていくこと」である。

28) これに関しては、上に書いたように「速度の変化」がベクトルの引き算で計算されるということが理解できてないという可能性もある。「等速円運動だから加速度は 0」という誤答も結構ある。

2.7 「遠心力」という言葉の問題

日常用語と物理用語が乖離しているせいで生徒に誤解が生じたり生徒の理解が進まなくなったりすることはよくあるのだが、「遠心力」という言葉もよく誤解されている言葉である。

速いスピードでカーブにやってきた電車が遠心力に耐えきれず脱線した。

という言葉は、日常用語としては普通に使うし通じるが、物理用語の「遠心力」には合致していない。というのは、遠心力はあくまで「円運動している観測者の感じる見かけの力」である。上の文章は電車を外から見た人の視点で書かれているが、外から見た立場では「遠心力」という力は存在しない²⁹⁾。

よくある質問

では、「車が曲がる時に遠心力で外側に押し付けられる」というのも間違いですか？

それは正しい。というのはそのように言うときに視点は「車の中」にある。この場合の「車」という「加速している視点」で考えるとき（別の言い方をすれば「加速する座標系」でかんがえるとき）は遠心力というみかけの力が出現する。

車が曲がっているときに、壁に押し付けられるように感じる（遠心力を感じる）ことを車の外から見ると右の図のようになる。

車が曲がらなければ車に乗っている私も↑でそのまま運動するはずだったが、車が曲がったことによりそ

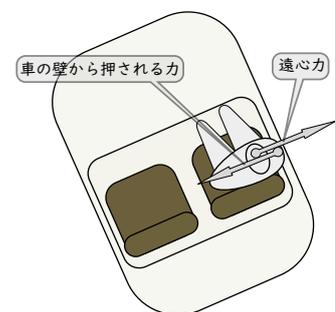
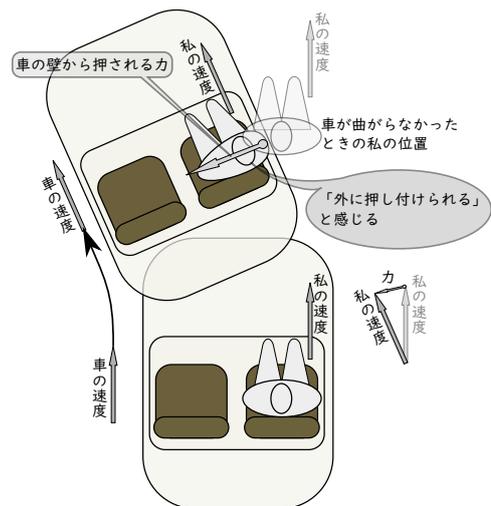
の運動はできなくなり、速度が↙のように変えられてしまう。速度が変化するということは車の壁（ドア）から↘の方向に力を受けるといことである。

これを我々は「遠心力により壁に押し付けられた」と表現することがある。

車の中の立場で考えると、私には「車の壁から押される力」と「遠心力」の二つの力が働き、それがつりあうことで（壁に押し付けられた形で）静止している、ということになる。

ここで、遠心力を考えなくてはいけなくなったのは、「車の中の立場」で考えたからである（車の外から見る立場に徹するなら、出番はない）。遠心力はあくまでこのような「加速している観測者」の立場で運動方程式を立てなくてはいけなくなったときに導入される「見かけの力」である。

「遠心力」という言葉を使いたくなかったときは「私（運動方程式を立てる人）はどの立場に立っているのか？」という点を明確にしておかないと、いろいろ間違える。



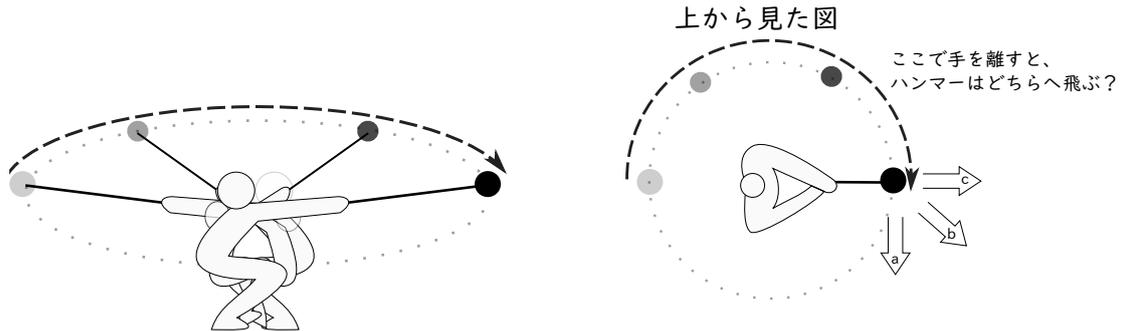
29) 日常用語としては、そういう立場を曖昧にした表現もよしとされている。言葉の使い方というのは論理的とは限らない。だからここで、日常用語としてこのように「遠心力」を使っている人が間違えている、と言いたいのではない。その日常用語を物理の説明の中で使ってしまうと、誤解が生じてしまう（だから、「教える立場」の人は気をつけなくてはいけない）と言いたいのだ。

たとえばあなたが先生になったとき

カーブを曲がっている車の中にいる人に働く力はつりあっているか？

という問題を生徒に出したら、「外から見た人」の立場で考えた生徒は「いいえ」と答え、「車内にいる人」の立場で考えた生徒は「はい」と答える。どちらも正解である（つまりこういう試験をしてはいけないのだ）。

「遠心力」を「物体が円運動しているときにどこからともなく湧いてくる外向きの力」というふうに誤解してしまうということはよくある。ハンマー投げの選手がハンマーを投げたとき、どちらに飛ぶかという問題（下の図）



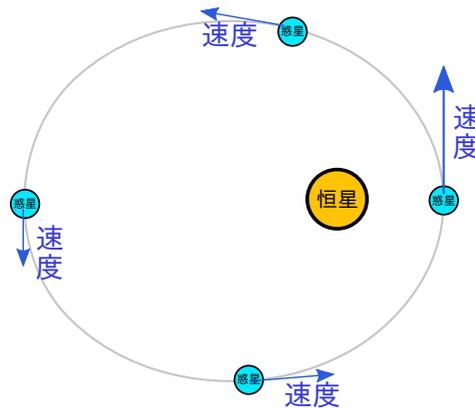
に対してc（つまり外側）と答えてしまうのはそのような誤解³⁰⁾による（さらに、MIF 誤概念がここでも顔を出している可能性もある）。

2.8 一般的な運動における加速度

加速度の方向を考えるための問題として、円運動よりもさらに一般的な運動を考えよう。以下の問題を考えてほしい。

★【問い 2-5】

惑星の軌道が楕円であり場合、恒星に近いところの方が速くなる。なぜかを図解せよ。



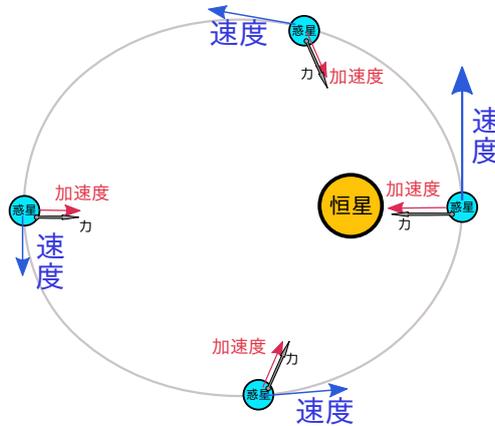
なお、このとき惑星に働く引力は恒星へと向かう方向を向く。

もちろん、ケプラーの法則のうち、第2法則である「面積速度一定の法則」からも「遠いところほど遅い」ということはわかる。ケプラーの法則は観測により発見されたものだが、ニュートン力学ができ

30) このような誤解を消す方法の一つとして、最近はスマホなどのカメラにスローモーション撮影機能があるので、スローモーションでこのハンマーを回すのと同様の運動を撮影してみせるという方法もある。

あがった今の目からは観測によってではなく、物理的考察から導かれるべきものである（ここでは完全に導くのではなく「遠いほど遅くなりそうだ」という雰囲気だけでも、理解しておきたい）。

そのためには、次のような力と加速度（この二つは同じ向きを向く）を含めた図を描いてみるとよい³¹⁾。



のように考えると、図の上側に惑星がいるときは加速度と速度が（おおむね）逆向きなので遅くなる。図の下側にいるときは加速度と速度が（おおむね）同じ向きなので速くなる。ということが、「図から」直観的にイメージできるようであってほしい³²⁾。

円運動しているときは、速度ベクトル \vec{v} と加速度ベクトル \vec{a} が垂直である（このときは速度ベクトルの大きさ、すなわち速さは変化しない）。

定義にもどって考えれば速度 \vec{v} や加速度 \vec{a} は位置ベクトル \vec{r} からの微分を使って表現することができる。

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} \vec{r} \quad (2.3)$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{v} = \frac{d^2}{dt^2} \vec{r} \quad (2.4)$$

である。高校物理では微分を使わないようにしてこの関係を表現している³³⁾が、微分というかたちでの繋がりを意識していくことは重要。微分という計算、上で行ったような図示、両方の考え方で「位置ベクトル→速度→加速度」の関係をつかんで欲しい。計算式と図と、両方で概念をつかんでいくべきである。

2.9 円運動の速度と加速度

物体が位置ベクトル \vec{r} の起点とする円運動を行っているならば、起点と物体の距離は一定であるから、 $\vec{r} \cdot \vec{r}$ も一定である。これから、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\vec{r} \cdot \vec{r}) &= 0 \\ \vec{r} \cdot \frac{d}{dt} \vec{r} &= 0 \\ \vec{r} \cdot \vec{v} &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

31) 動くアニメーションが <http://irobutsu.a.la9.jp/physforJRDR/Kepler.html> にある。

32) もちろん、計算から $\vec{v} \times \vec{r}$ (\vec{v} は速度、 \vec{r} は恒星の位置を起点とした惑星の位置ベクトル。これが一定であることは微分と運動方程式を使うと示すことができる)。

33) 「高校の教科書では使っていないのだから、自分は微分や積分を勉強しないでいいだろう」とは思わないように。たとえばあなたの生徒が高校の教科書の式を指さして「この式ってこっちの式の微分に見えますが、そうなんですか？」と質問してくるかもしれない。微分の概念がわかっている先生はそのときちゃんと判断して「こうだよ」「違うよ」と返事ができる。

がいえる。すなわち、円運動しているとき、位置ベクトルと速度ベクトルは垂直である。

話を等速円運動の場合に限ると、速さの自乗は $\vec{v} \cdot \vec{v}$ だが、これが一定であるという式は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) &= 0 \\ \vec{v} \cdot \frac{d}{dt}\vec{v} &= 0 \\ \vec{v} \cdot \vec{a} &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

となるから、**速度と加速度が垂直ならば速さが一定**ということが式から言える。

以上は前に図で示したことだが、図と式、両方で理解してつなげておいて欲しい。

★【問い 2-6】

平面上の円運動は

$$x(t) = R \cos(\omega t + \alpha) \quad (2.7)$$

$$y(t) = R \sin(\omega t + \alpha) \quad (2.8)$$

のように二つの座標 (x 座標と y 座標) で表現することもできる。この式から、(2.5)と (2.6) と同じ結果を導け。
→ p40

円運動の速度と加速度については、

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = -\omega^2\vec{x} \quad (2.9)$$

が成り立つ (x ではなくベクトル \vec{x} になっていることに注意)。 ω は回転の角速度である。これもすぐに示すことができる。

2.10 章末演習問題

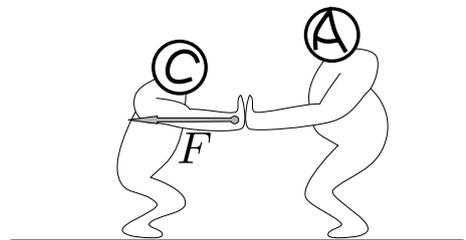
言うまでもないことだが、以下の演習問題を考えるときには単に「自分がわかるか」という問題としてではなく、「これを生徒に説明できるか」という視点を持って考えること (あなたは「教える立場」の人だということを忘れるな)。

★【演習問題 2-1】

Aさんと子どものCくんが相撲をとっている。

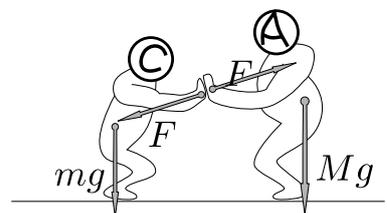
Aさんの質量を M 、Cくんの質量を m 、床とAさんの間の静止摩擦係数を μ' 、床とCくんの間の静止摩擦係数を μ とする。

図には、AさんがCくんを押す力 F だけを描いた。 F を少しずつ大きくしていく時、Cくんが先にすべりだすのはどのような条件が満たされている時か。



★【演習問題 2-2】

上の【演習問題 2-1】では水平方向に押し合ったが、もしC君が斜め上の方向に押したとしたら状況はどう変わるだろうか? — 厳密な計算でなく、傾向だけでよいので説明せよ。



★【演習問題 2-3】

40 ページの脚注 32)の計算を実行せよ。すなわち、 $\vec{v} \times \vec{a}$ の時間微分をして、力が恒星に向かう引力である（このとき力 \vec{F} と位置ベクトル \vec{r} が平行になる）という条件があれば、これが 0 になることを示せ。

★【演習問題 2-4】



上の図の現象で、回していれば水がこぼれないのはなぜかを「遠心力」という言葉を使わずに説明せよ。

（注意：外から見ている立場ならば、「遠心力」なんて言葉は一切使わないのが正しい考え方である。どうしても「遠心力」を使いたいなら、あなたは「バケツの中にいる人」にならなくてはいけない）

★【演習問題 2-5】

以下のような主張をする中学生がいる。彼または彼女の誤りを正すための説明文を書きなさい。

「ヘリコプターで上空に行って停止する。その間に地球が自転するので、停止しているだけでヘリコプターはどんどん西へ進むことができる。こうすれば燃料を節約できる」

第3章 力学：保存則

3.1 保存則はどこから来るか

毎度毎度「テストしてみるとこんなにできが悪い」という話をしているみたいであるが、以下のようなチェックテストを考えてみよう。

チェックテスト

ニュートン力学での法則についての以下の文章中の選択肢のうち、正しいものを選べ。

1. 作用反作用の法則は
 - (a) 他の法則からは証明できない「原理」またはこれまでの実験と観測から成立していると期待される「経験則」である。
 - (b) 力学の原理から証明できる「定理」である。
2. 力学的エネルギー保存則は
 - (a) 他の法則からは証明できない「原理」またはこれまでの実験と観測から成立していると期待される「経験則」である。
 - (b) 力学の原理から証明できる「定理」である。
3. 運動量保存則は
 - (a) 他の法則からは証明できない「原理」またはこれまでの実験と観測から成立していると期待される「経験則」である。
 - (b) 力学の原理から証明できる「定理」である。

正解は「作用反作用については (a)、他の二つの保存則については (b)」なのだが、理学部の大学生ですら、3割ぐらいずつ間違える。

物理の力学での「原理」にあたるものは運動の三法則であり、上で問うた三つのうち、作用反作用の法則（運動の三法則に入っている）以外は、これらから導ける。ところが、「どの法則がどの法則（原理）からどのように導かれたか」という観点は、勉強しているうちにすっぽりと抜け落ちてしまう例が多い。

教える立場に立つ人は特に「各々の法則の間のつながり」を意識していかななくてはならない。でないと、「無駄な勉強」をさせてしまうことになる。

たとえば

先生、この場合は運動量保存則使うんですか、エネルギー保存則を使うんですか？

と質問されたりするわけだが、どっちを使うか（あるいは両方使えるまたは両方使えないか）というのは、それぞれの保存則が**どこから来るか**を理解している人にとっては聞くまでもない「自明」なことである¹⁾。

これに対して「摩擦があると力学的エネルギー保存則は使えないよ」とか「衝突のときは運動量保存

1) あなたの生徒がそんな質問をしたら、あなたの保存則の教え方か、彼らの学び方になにかまづいところがあったと思わなくてはならない。

則を使おうね」とか答えるのは、(その場面では真実であったとしても) 効率が悪い。「どういう理屈でエネルギー保存則が成り立つのか？」を正しく伝えるべきである。

物理は「少ない原理からいかにいろんな現象が記述し予言できるか」という点が大事な学問である。「この公式を覚えればこの問題が解ける」という「各個撃破」モードに入ることは、物理にとっては効率も悪いし、物理という学問の便利で効率のよいポイントを自ら殺してしまっている行為なのである。もちろん、教える側がそちらに誘導するのはもってのほかである²⁾。

しかし、大変残念なことではあるが、

—— ダメな勉強 ——

ありとあらゆる場面に対して「この場合はこの公式」という「各個撃破モード」に入ってしまう。

というような勉強の仕方をしてしまっている(あるいは先生がさせてしまっている)状況が、時折見られる³⁾。実は統一した考え方をすれば理解は簡単だし憶えるべき公式も少なくて済むというのに、である。

3.2 運動方程式から、運動量変化とエネルギー変化の式を作る

力学の基本法則である運動方程式 $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}$ から、エネルギー保存則と運動量保存則を出す過程を、大学物理の方法で説明しておく。

まず、 \vec{v} を内積の意味で掛ける。

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = \vec{f} \cdot \vec{v} \quad (3.1)$$

右辺の \vec{v} を $\frac{d\vec{x}}{dt}$ に直し、さらに左辺が $\frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v}$ の時間微分であることを使うと、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v} \right) = \vec{f} \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} \quad (3.2)$$

となる。これは(雑な言い方をすると「dt の分母を払うと」)

—— 運動エネルギーの変化は仕事だよ! ——

$$d \left(\frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v} \right) = \vec{f} \cdot d\vec{x} \quad (3.3)$$

という式になる。

運動量保存の方は、普通の掛け算で dt を掛けると、

—— 運動量の変化は力積だよ! ——

$$m d\vec{v} = \vec{f} dt \quad (3.4)$$

という式になる。

なお、以上の結果を高校物理で使っている記号で書くならば、

- 2) 教えていると、「とりあえずこの公式覚えたら中間試験は通るから、覚えちまいな」というふうに教えたくなくなる気持ちはわからんでもない。でもやっぱりそれは学問の本道ではないし、長期的に見れば教える方も教えられる方も損をする指導方法である。
- 3) 将来あなたの生徒が出会う問題(この問題は試験の問題という意味ではない、エンジニアになって実際に動く機械を設計しようとしたときに直面する「問題」であるかもしれない)の全パターンを各個撃破はできないのだ。そもそも「各個撃破でよし」とするのは、「普遍的な法則を見つける」という科学の考え方の真逆である。我々は科学の考え方を教えたいのだ。

運動エネルギーの変化は仕事だよ！

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = f\Delta x \quad (3.5)$$

運動量の変化は力積だよ！

$$mv_1 - mv_0 = f\Delta t \quad (3.6)$$

ということになる。微積分を使うかどうかは（大事な違いだが）本質ではなく、「運動方程式から導かれる」という観点が大事である。

「まずエネルギーと仕事の関係がある、覚えて。次に運動量と力積の関係がある、覚えて」というのではなく、「一つの運動方程式から出てくるよ」という流れを持って説明したいところである。

3.3 永久機関

エネルギー保存則について考えるのによい題材として、永久機関を取り上げよう。

googleなどの検索エンジンで「永久機関」を画像検索⁴⁾すると、いろいろな“永久機関”が見つかる。それぞれ、どうして動かないのかを考えてみよう⁵⁾。

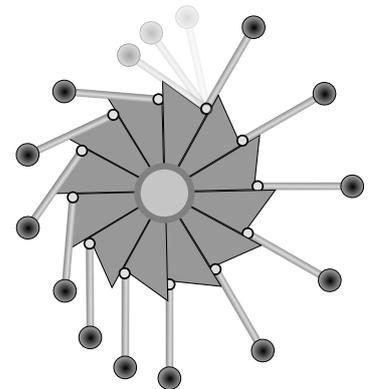
3.3.1 永久機関の例と、簡単な「動かない理由」

3.3.1.1 非対称車輪

右の図のような、非対称な車輪を考える。

おもりをとりつけるレバーが可動なので、図のように配置されると、右の方では腕が長く、左の方では腕が短くなる。すると力のモーメントは右の方が大きくなるから右に回る……というのが、「この機械は（回転により仕事をさせても、あるいは空気抵抗や摩擦があっても）永久に回り続ける」と主張する人の言い分なのだが、もちろん、そんなことが起こるわけがない。

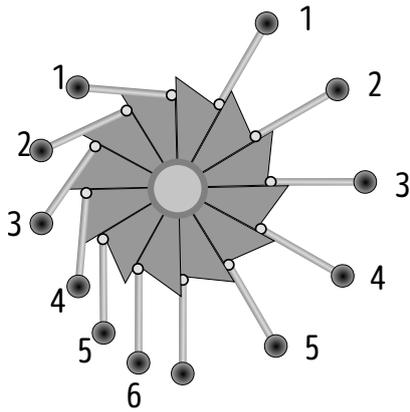
これが回り続けられないことは「エネルギー保存則から当然」なのだが、たとえば中学生向けにそれだけの説明で済ませたとしたら「やっぱり回りそうな気がする」という疑念が晴れないままであろう。動かない理由をちゃんと説明していく必要がある。「中学生向けの説明」は以下の通り。



説明は次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

4) 実際検索してみると、笑えるものもたくさんある。

5) 昔理学部の1年生にこれと同様の問題を出したところ「これは動きます！」と断言されてしまったことがある。高校までの理科（物理）の勉強が全く実になっていない例である。



車輪の左側にあるおもりと右側にあるおもりの数を比べると、左の方が多。つまり一個ずつのおもりを比べるとのモーメントがつりあっていないように見えるが、全体を考えると数が多い分だけ左が巻き返して、結果として引き分けになり、動かない⁶⁾。

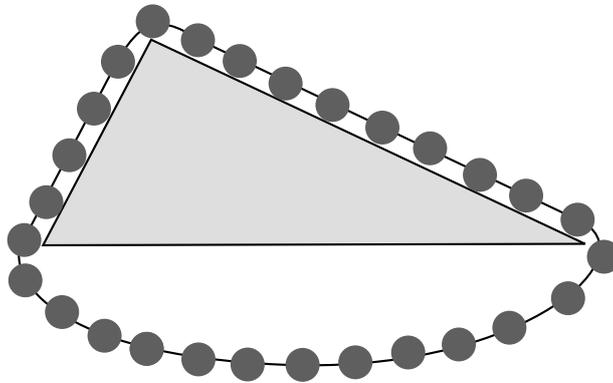
一個一個の物体を見るのではなく、全体を見なくては間違える。

なお、ここまでの話では実は「納得！」してはいけない。「でも微妙に左が（あるいは、右が）勝ったりしませんか？」という疑問が残るべきだからである⁷⁾。少し厳密な話は

後にとっておく。

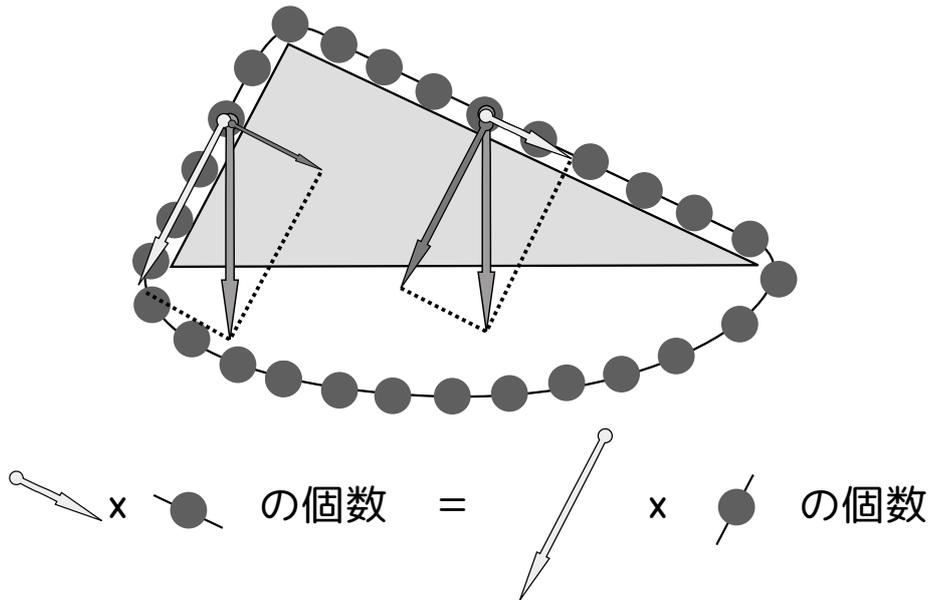
→ p48

3.3.1.2 ステヴィンの鎖



図のように鎖を三角形に掛ける。右の辺の方がおもりの数が多いから、右側が落ちる・・・わけがない。

これが動かない理由は、下の図のように力の分解をしてみるとわかる。



6) 最初に腕の長さに着目したので時計回りに回る（ように思えるが、回らない）という話になったが、最初におもりの数に着目すれば反時計回りに回る（ように思えるが、回らない）という話になったはず。

7) 将来、自分の生徒が「やってみたら実は回ったりするんじゃないでしょうか。なんか右側のおもりがそれでも勝つ気がするんですけど？」とか質問してきたらどうする？

一個一個のおもりに働く重力は同じ大きさでも、斜面に平行な方向の成分の力は異なる。図でもわかるように左側の方が水平方向の分力は大きい。これがおもりの数の少なさとちょうどバランスして、分力の和は左右で同じになることが計算するとわかる。

なお、この三角形の問題を考えたのはステヴィンという物理学者だが、彼は「これは永久機関になる」と言ったのではなく、「これが動かないということから、力を分解するときは平行四辺形を使えばよいことがわかる」と主張した。ステヴィンは力を分解して力のつりあいを考えるという手法を編み出したのである。

このように物理の法則や原理は互いにつながっている。この部分を考えずに勉強していると「いろいろ出てきてややこしい」という状況に陥るが、つながりを理解していれば「ああここでもその理屈が効いてくるのか」という考え方ができる。

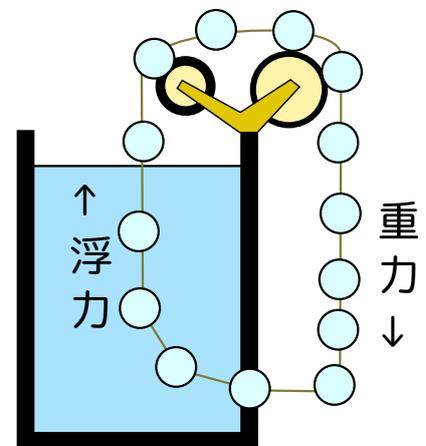
3.3.1.3 浮力を使った永久機関（水槽と鎖）

右の図のように、ベルトで結び付けられたピンポン玉をつないだものを、半分だけが水中にあるようにする。

右の部分でピンポン玉が水中に入るときは、水が漏れてしまわないようにちょうどピンポン玉が通る分だけ開くようなメカニズムがあるものとする。

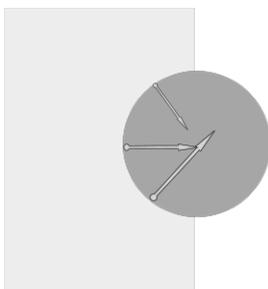
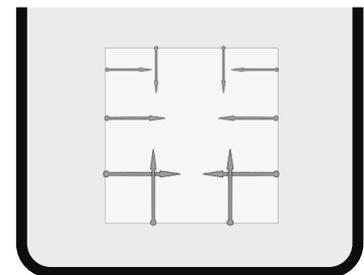
すると水中にある左のピンポン玉は浮力で上昇し、空中にあるピンポン玉は重力で落ちるから、この機械は回り続ける・・・はずがない。

これが動かないことを示すには、「浮力って何？」というところまで戻らなくてははいけない。



浮力は実は水の圧力（水圧）の合力である。物体が水中にあるときは、上の図のように「深いところほど強くなる水圧」が働く。これを足算すると上向きの力が残る。この「小さい力の合力」こそが浮力である。

図にも書いたように左右方向の力もあるが、物体が完全に水中にあればこれは消し合っていて、上向きの力が結局残る。

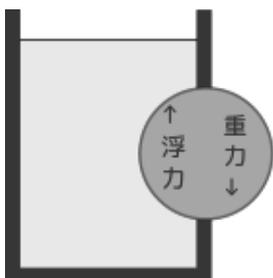


ところが今考えている機械の場合、水に入ろうとするピンポン玉は左半分しか水に浸かっていないから、左の図のように力が働き、この力は「ピンポン玉を外に押し出す方向」に働く。この力は逆向きの回転を起こす力になっているために、この機械は回らない。

もちろん、これだけでは「回らない」と結論づけるには速い。少なくとも上で述べた「動くだろう」という皮算用が成り立たない可能性は示された⁸⁾。

8) 動かない理由については、あとで仕事とエネルギーを考えた後なら明白となる。

3.3.1.4 浮力を使った永久機関（半分水に使った円盤）



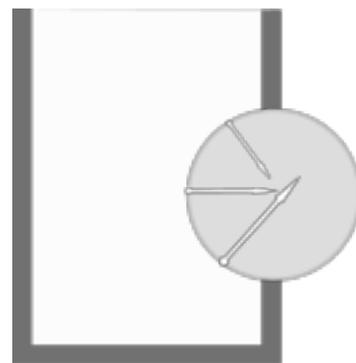
もう一つ同様に浮力を使った永久機関には左の図のようなものもある。こんどはベルトでつないだピンポン玉ではなく、円盤が容器の壁に取り付けられて回転できるようになっている。水中では浮力が働き、外では重力が働いて回り続ける・・・という理屈なのだが、もちろんこれも、回るはずがない。

理屈はさっきのと同じで、「浮力とは何か」を考えるとすぐわかる。

上の機械と同様、浮力がもともと水圧の合力であることを考えて右のような図を書いてみると、円盤の面の各場所に掛かる水圧は円盤の中心に向かう力になっている。ということは、個々の力は円盤を回す力のモーメントを持ってない（そもそも円盤を回そうとしていない）。

そのような力をいくら集めても、円盤に回転は発生しない。

「浮力だから上向きのはず」と考えていると、この理屈がわからない。これも「どこから出てきたのか？」という部分を忘れてしまって「結果」だけを覚えているという勉強をすると陥る失敗である。



3.4 エネルギーの定義から考え直す「永久機関」

ここまでの話で、

なんとなくわかりましたが、厳密にちゃんと動かないと証明できるのでしょうか？

という疑問が出てくるだろう⁹⁾。その点を数式も使いつつ補足する。

前節では永久機関をある意味一個一個別々に考えたのだが、実は多くの永久機関は、「エネルギーの定義」と「仕事の定義」を思い出せばすぐに「動かない」と判断できる。

エネルギーというのは、仕事をされたらされるだけ増える物理量である。そうなるように、仕事やエネルギーを定義する。我々のご先祖様たちが永久機関を作ろうと考えた結果、「エネルギー」という物理量を発明して「エネルギーという概念を使うと永久機関ができない理由がわかる」という結論に達したのである。

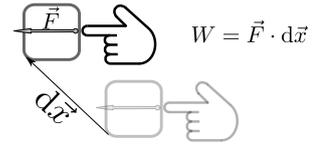
3.4.1 仕事の定義

まず仕事の定義を確認しよう。大学生向けな仕事の定義は、

9) 「そんな疑問出てきません」という人がいたら、その人の方が問題である。「雰囲気」だけでは物理にならない。

微分とベクトルを使った仕事の定義

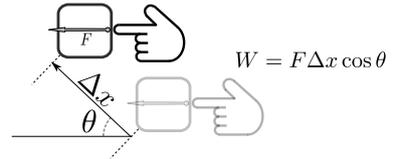
物体に力 \vec{F} が働き、その物体が微小変位 $d\vec{x}$ だけ移動したとすると、そのときこの物体は $\vec{F} \cdot d\vec{x}$ だけ仕事をされた。



である。内積や微小変位を使わないように定義すると、

仕事の定義 (高校レベル)

物体に力 \vec{F} が働き、その物体が Δx だけ移動した。ただし力の方向と移動方向のなす角は θ であったとする。そのときこの物体は $\vec{F} \Delta x \cos \theta$ だけ仕事をされた。

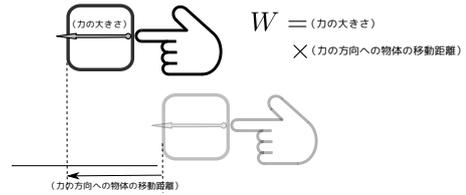


さらにはベクトルや $\cos \theta$ も使わないように定義するならば、

仕事の定義 (中学レベル)

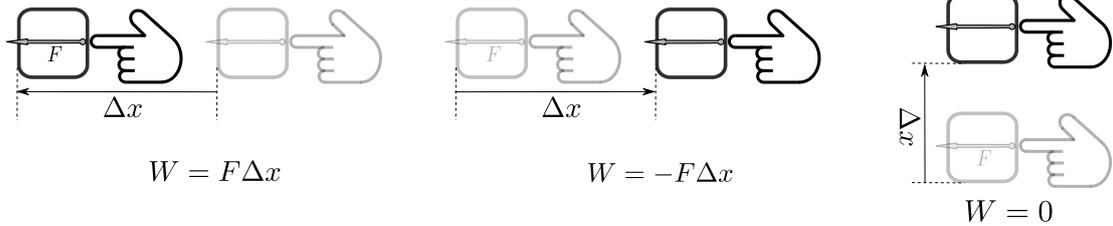
物体に力が働きつつ物体が移動したとき、この物体は (力の大きさ) \times (力の方向への物体の移動距離) だけ仕事をされた。

この (力の方向への移動距離) を考えるときには射影を使う (中学生向け説明には射影という言葉は使わないが)。



となる。

シンプルな例から説明するのであれば、



のように3つの例を示すべきである。

補足

日常用語の「仕事をした」という感覚とはずれることは強調しておいた方がよい。例えば「重い荷物を肩に乗せてずっと立っている」のは仕事0である (移動距離が0だから)。物理における「仕事をした」の意味は、日常生活における「仕事をした (だから疲れた)」とは一致しないのである。

力の向きと違う方向に物体が運動するのはおかしいのでは？

と考える人はもしかしたらまだ MIF 誤概念 (→2.5 節) が残っているのかもしれない。「今物体がどちらに運動しているか」は今はたらいっている力の向きとは直接関係ない。上の図は「この力によってこの方向に運動が起きた」という意味を持って書かれたのではない。

また、ここで示した図には力の一つしか書かれていないが、実際には他にもいくつかの力が働いた結果、今起こっている運動が決まっているという可能性もある。

物理で「仕事」を考えると、物体の運動がその「仕事をする力」によって起こったかどうかというのは、全く関係ない (そんなことを考慮に入れてはいけない¹⁰⁾)。

なぜ力ではなく、仕事を考えるのか？

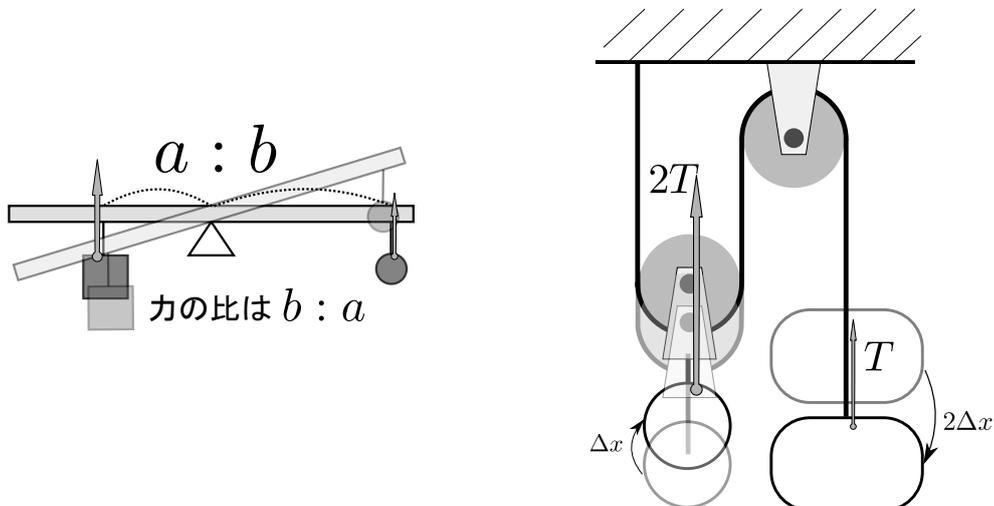
これについては、先に考えた永久機関の話にも関係してくる。「永久機関は存在しない」という物理法則 (実はエネルギー保存則であるわけだが) は「エネルギーを増やすことはできない」と述べているのだが、実はこれは「仕事を増やすことはできない」ということからつながっている。これに対し、「力を強くする」ことはできる。以下で、「仕事は変化させず力を強くする」道具について考えよう。

3.4.2 仕事の原理

ここで、重要な法則を一つ確認しておこう。

道具を使って力を増幅することはできるが、仕事を増加させることはできない。

この原理が成り立つことが、仕事が便利な物理量である理由である。たとえばテコや動滑車などの道具を使うと、力を増幅することはできる。しかし、仕事は「道具による増幅」ができない。だからこそエネルギーを考えると力学の主役は「力」よりも「仕事」になるのである。



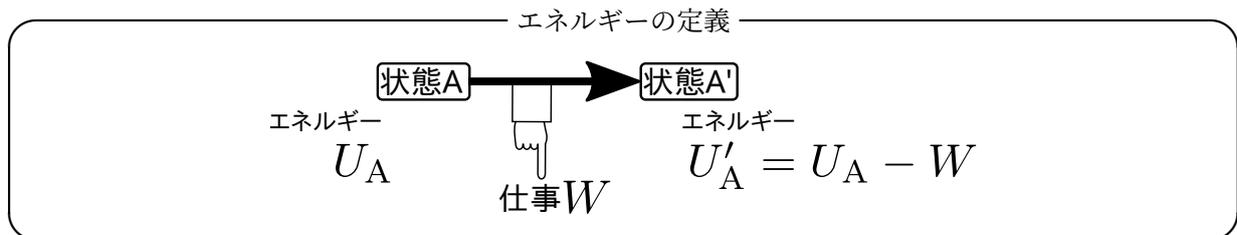
10) こう書く理由は、「仕事をする」という言葉の語感のせいか、「能動的に動いた方」だけが「仕事をする」という誤解をしている人もまた、ときどきいるからである。「人間が荷物を押す」という現象が起こると、人間も荷物も仕事をしているのだが「え、仕事しているのは人間でしょ？」と考える人もいる。

道具を使って力の大きさを変える例は上の図のようなものがある。シーソーでも動滑車でも、移動距離に反比例して力が変わるので、(力) × (移動距離) の積である仕事は変化しない。

仕事の原理があるおかげで「道具を使えば力は増やせる。しかし仕事は増やせない」ということがわかる。これがエネルギー保存則へとつながる。

3.4.3 仕事からエネルギーへ

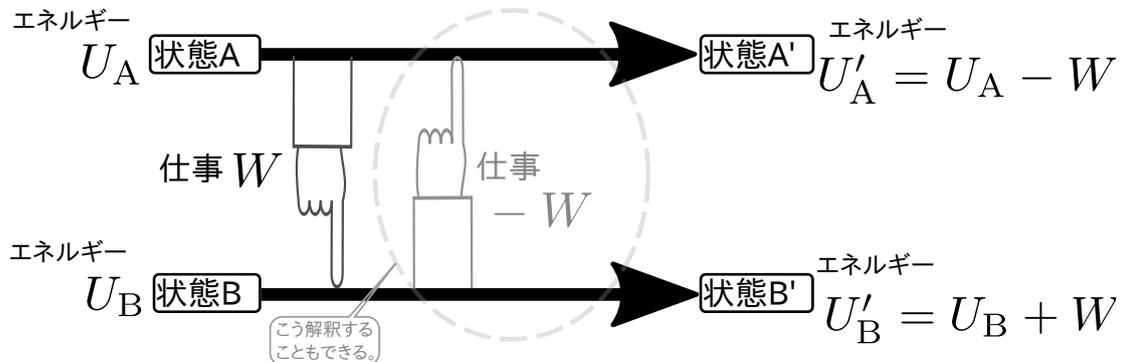
こうして仕事という量の意味をはっきりさせた後で、「仕事によって増減する量」としてエネルギーを定義する。



のように「仕事をしたら、その仕事の分だけ減少する物理量¹¹⁾」ということになる。この図こそがエネルギーの定義である。

この定義でうまくエネルギーが定義できるためには、「状態 A」から「状態 A'」に変化させるときにこの物体なり系なりがする仕事が常に同じ値 W になっていなくてはいけない。幸い、多くの力はその条件を満たしている。この条件を満たす力を「保存力」と呼び、重力、バネの力、万有引力などは保存力である。一方動摩擦力は保存力ではない。

仕事がちゃんと定義できて、かつその仕事が下の図に示すように、ある系 A がある系 B に仕事 W をしたときは、系 B は系 A に仕事 $-W$ をする、という関係になっていたとしよう¹²⁾。



この結果、仕事をした方 (系 1) は W だけエネルギーを失い、仕事をされた方 (系 2) はエネルギーが W 増える。よって一方で $-W$ 、もう一方で $+W$ だけエネルギーが変化して、全体のエネルギーは保存する (上の図の場合 $U_A + U_B = U'_A + U'_B$ が成り立つ) というのがエネルギー保存則の導出である。

注意して欲しいのは、「エネルギー保存則があるから」ではなく、こうなるような量として「エネルギー」を定義し求めたがゆえにエネルギーが保存するようになったということである。別の言い方をすれば、エネルギーは人間が、自然を考察するにあたっての便利さを追求する仮定の中で作り出した (あるいは、発明した) 概念である。自然界に実体として「エネルギー」なるものが存在しているのではなく、「人間が作った」のである。

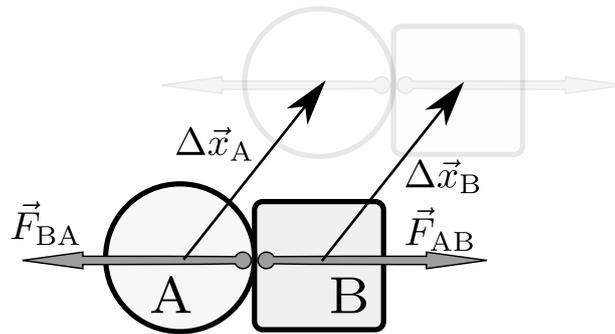
たとえば運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ 、重力の位置エネルギー mgh 、バネの弾性エネルギー $\frac{1}{2}kx^2$ 、その他

11) 「負の仕事」をした場合は負の量だけ減少するので「増える」ことになる。

12) 初等力学の場合であっても、摩擦や物体の変形などによりロスが発生する場合はこうならないが、ここではロスがない場合のみを考えていることにする。

いろんなエネルギーは全て「仕事をしたらその分だけ増減する量」となるように定義され計算されている（動いている物体は何かぶつかって押すことで仕事ができるが、止まるまでどれだけ仕事ができるかを計算するとちゃんと $\frac{1}{2}mv^2$ になる）。ここで「そうだけ？」と思った人は力学の本を読み返しておこう。

「ある系 A がある系 B に仕事 W をしたときは、系 B は系 A に仕事 $-W$ をする」という条件が成り立つかどうかについても考えておこう。系 A と系 B を二つの（大きさのある）物体だとして、それぞれに働く力を \vec{F}_{AB} と \vec{F}_{BA} とする（互いに作用反作用なので、 $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ が成り立つ）。この二つの物体が同じ動きをしたならば、



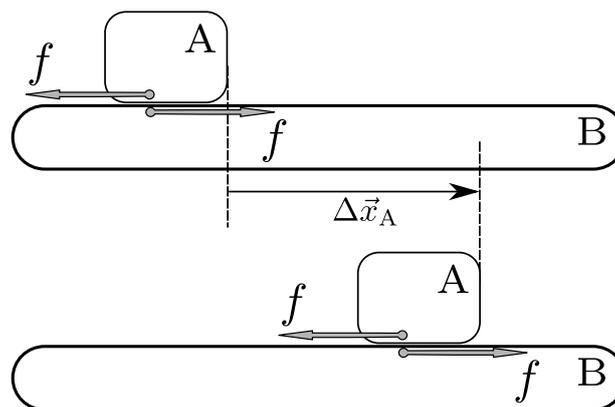
のようになる（ $\Delta\vec{x}_A = \Delta\vec{x}_B$ に注意）。

この図の状況であれば、 $\underbrace{\vec{F}_{AB} \cdot \Delta\vec{x}_B}_{\substack{\text{系 A が} \\ \text{系 B にした仕事}}}$ は正で、 $\underbrace{\vec{F}_{BA} \cdot \Delta\vec{x}_A}_{\substack{\text{系 B が} \\ \text{系 A にした仕事}}}$ は負である（絶対値が等しい¹³⁾。すなわち

$$\vec{F}_{AB} \cdot \Delta\vec{x}_B + \vec{F}_{BA} \cdot \Delta\vec{x}_A = 0 \quad (3.7)$$

が成り立つ。「A にされた仕事」と「B にされた仕事」の和は 0 となり、全エネルギーは保存する。

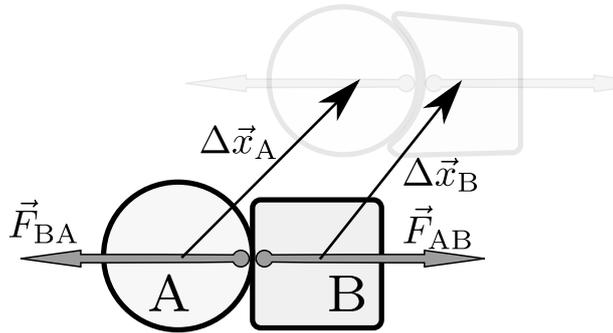
しかし、この $\Delta\vec{x}_A$ と $\Delta\vec{x}_B$ が一致しない場合がありえる。



もっとも顕著な例は動摩擦のはたらく面（いわゆる「あらい面」）を滑る物体と床であり、この場合は床は全く動かないから（床の方を B とすれば） $\Delta\vec{x}_B = 0$ である。一方、物体の方は運動の方向と逆に摩擦力を受けながら運動していくのだから、摩擦力（図の f ）から負の仕事をする。

13) 「負の仕事をする」ことを「仕事をされる」と表現する場合もある（本によっても違う）。「仕事をする」という言葉には正の仕事も負の仕事も含む、という解釈がされている場合も多い。そもそも二つの物体が力を及ぼし合っている（この二つの力は当然作用・反作用のペア）ときに「どっちが仕事をする／される」という判断をするのはこの場合、あまり意味のあることではない。

また、物体に変形が生じるなどの理由で二つの $\Delta \vec{x}$ が一致しない場合も仕事が消し合わない。その例が



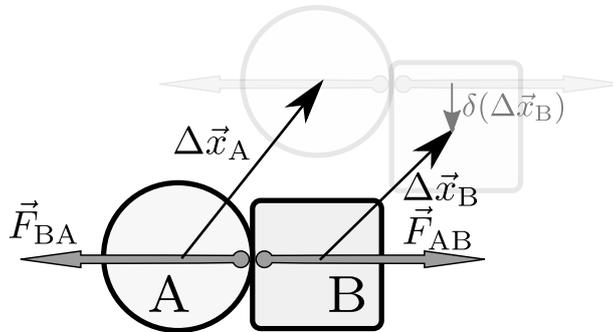
のような状況である。この場合、

$$\underbrace{\vec{F}_{AB} \cdot \Delta \vec{x}_B}_{\substack{\text{系 A が} \\ \text{系 B にした仕事}}} + \underbrace{\vec{F}_{BA} \cdot \Delta \vec{x}_A}_{\substack{\text{系 B が} \\ \text{系 A にした仕事}}} \neq 0 \quad (3.8)$$

となることも起こり得る。図の状況で左辺の $\vec{F}_{AB} \cdot \Delta \vec{x}_B$ は正で、右辺にある $\vec{F}_{BA} \cdot \Delta \vec{x}_A$ は負であることには変わらないが、絶対値は後者の方が大きい。よってこの場合、「A にされた仕事」と「B にされた仕事」の和は負になる（エネルギーが失われる）ことになる。この失われたエネルギーは「物体の変形に使われた」と解釈される。

ここで一つ注意。上の計算を見て「仕事は（力）×（移動距離）だが、上で B にされる仕事を計算したときに移動距離を $\Delta \vec{x}_B$ としたが、これは B の重心に移動距離になっている。力の作用点（A と B が触れ合っているところ）の移動と考えれば、 $\Delta \vec{x}_A$ を使うべきなのでは？」

物体が変形しない場合でも $\Delta \vec{x}_A \neq \Delta \vec{x}_B$ となる場合はあって、それは



のように「物体がすべる」場合である。この場合、 $\Delta \vec{x}_B$ が（すべらない場合に比べて）変化しているのだが、その変化は \vec{F}_{AB} と垂直な方向である（図の $\delta(\Delta \vec{x}_B)$ ）。よって内積を取った結果 $\vec{F}_{AB} \cdot \Delta \vec{x}_B$ はすべらない場合とすべる場合で変化せず、この場合はエネルギーが保存する¹⁴⁾。

変形などが起こってエネルギーが保存しないように見えるときも、物体の持つ内部エネルギーを考慮に入れて考えると全エネルギーは保存する。

以上からわかることは、外力（系内の物体以外から及ぼされる力）が仕事をしないで、かつ内力（系内の物体同士の及ぼし合う力）のする仕事が消し合う¹⁵⁾なら、その系のエネルギーが保存するということである。

ただし、外力であっても、その外力のする仕事が「位置エネルギーの差」と書ける場合は、その位置エネルギーも含めたエネルギーが保存する。

14) 少々やっかいなのは物体が回転したりする場合だが、この場合でも変形が起きない場合は仕事の原理は成立し、エネルギーは保存する。

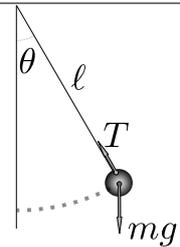
15) 消し合うのは「力」ではなく「仕事」であることに注意。

「外力のする仕事が位置エネルギーの差で書けるかどうか」は重要で、重力やバネの弾性力などはこれができる。動摩擦力はこれができない。

★【問い 3-1】

単振り子を振っているとき、力学的エネルギーは保存する。

重力という保存力以外に、糸の張力という外力が働いているのにエネルギーが保存するのはなぜか？

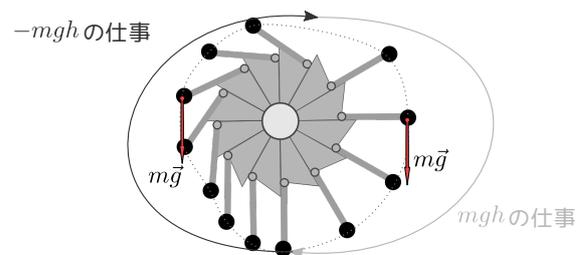


上の問題、意外と正解率が低い。ここも「パターンマッチングで解いてしまっている」例の一つで「こういう場合は保存する」と聞いたことはあるが理由は考えたこともない、ということもかもしれない。

3.4.4 エネルギー保存と永久機関

エネルギー保存則の観点から、永久機関を考え直してみよう。たとえば最初に考えたレバーの永久機関の場合、永久機関に仕事をしてくれるのは重力である。

では重力のする仕事はどれくらいかを勘定してみると、右の図のように、行きと帰りの仕事が相殺する。これは仕事が $\vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$ のように内積で定義されているおかげである。



ステヴィンの三角形についても同様に仕事を計算してみれば、左と右で重力のする仕事が相殺してしまうことがわかるだろう。

先に「一個の物体を見るのではなく全体を」という話をしたが、ここでは「ある瞬間ではなく、一周回るとい運動全体を見る」という視点が重要。こうすれば「全体で重力のする仕事は0」ということが納得できるのである。

ステヴィンの鎖や、その他の同様の考え方で「あ、動かないな」と実感できる（つまりは一周回ると仕事が0になるということを確認すればよい）。

先にも述べたとおり、こういうことができるのは「仕事の定義」をうまくやったおかげである。エネルギーというのは人工的に作られた概念だが、うまくできている。

以上、エネルギー保存則の使い方の例として「永久機関の否定」をやってきたが、仕事とエネルギーの関係をちゃんと理解している人であれば、比較的容易に「あ、動かないな」という結論に達することができるはずである。原理や法則、およびそれらの間のつながりを理解しておくということが、さまざまな現象を考えるときには大事なのである¹⁶⁾。

16) だからつながりを重視しない「各個撃破」な勉強の仕方は駄目なのだ。

原子の回りを電子が回っているという話を聞きました。電子はエネルギーの補給を受けずに回り続けているのですが、これって永久機関ですか？

エネルギーを取り出せない（仕事をしない）でただ回っているだけなら、永久機関じゃない。

運動を続けるのにエネルギーが必要というのも誤概念である。

そう答えたときに「どうしてエネルギーは取り出せないんですか？」と質問が来るとこれは厳しい。「現在の軌道よりエネルギーの低い状態はない」ということで、その説明には量子力学が要る。

ここでは「仕事の定義」→「エネルギーの定義」という流れにしたがった説明を展開した。この節を読んで「これを中学生に説明するのは難しい」という反応があることがあるのだが、中学生（または高校生）などにこの通りの説明順序で授業を展開すればいいかという、もちろんそうではない。中学生でも「エネルギー」という言葉に関して「それがないと仕事（←この仕事の定義がたぶん初学者には曖昧なのだが）ができないもの」という概念ぐらひは持っている¹⁷⁾。永久機関の例などを出しながら「自然は人間がエネルギーを無尽蔵に取り出すことはできないようになっている」というイメージを持たせていく方が「エネルギー」の概念を取得するのがスムーズかもしれない。

教える側は定義や理屈やあるいは導入の歴史などを把握した上で説明していかなくてはいけない（たとえば仕事の原理は何のために習うのか？—という視点を持って教えて欲しい）が、教わる側の理解の手順は必ずしも教える側と同じでなくてもよいのである。

3.5 運動量保存則

つぎに運動量保存則についてまとめておこう。数式を使って説明することにする。

ここでも同様に二つの系（二つの物体）が  のように力を及ぼし合っ

ているとする。

作用反作用の法則 $\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BA} = 0$ から、運動方程式 $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ を用いて

$$m_A \frac{d\vec{v}_A}{dt} + m_B \frac{d\vec{v}_B}{dt} = 0 \quad (3.9)$$

が言える。これは

$$\frac{d}{dt} (m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B) = 0 \quad (3.10)$$

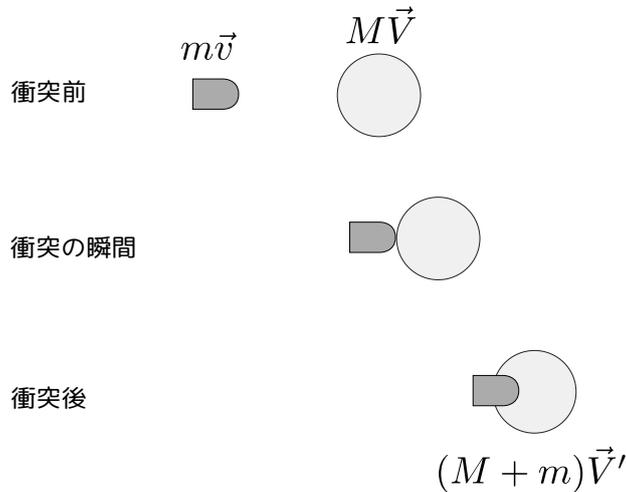
と書き換えることができ、運動量保存則そのものである。

17) 「エネルギーが尽きると動けなくなる」というイメージは物理を勉強する前から、なんらかの形で得られているのが普通である。しっかりした概念が形成されてないので「頑張ればなんとかなる（エネルギーが出てくる?）」みたいに思っている人も多い。

作用反作用の法則のおかげで「一方の運動量が増えるともう一方の運動量は同じだけ減る」という変化が起きているというのが運動量保存則の肝である。こう考えると、「力」というのは「運動量の移動」だったのだという考え方もできる（実際に運動量の移動と等しいのは「力積（図の $F_{AB}\Delta t$ ）」である）。

こちらには、仕事とエネルギーの場合とは違って、「変位が等しいなら」「物体が変形しないなら」のような条件はないことに注意しよう。もうひとつ、エネルギー保存則との大きな違いはこちらはベクトル量の保存則だということである（よって、成分ごとに保存則がでる）。

高校物理で運動量保存則が使われるのは衝突問題が多い。



のような衝突現象が起こったとき、運動量保存則

$$m\vec{v} + M\vec{V} = (M+m)\vec{V}' \quad (3.11)$$

は成立するが、エネルギー保存則

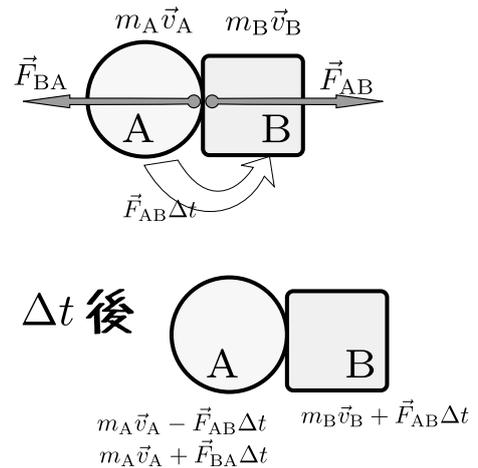
$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}(M+m)(V')^2 \quad (3.12)$$

は成立しない。この理由を説明できるだろうか？—ここまででエネルギー保存則と運動量保存則がどこから来たかをちゃんと理解している人なら、エネルギー保存則が成立しない理由を、少なくとも二つ述べることはできるはずである。

★【問い 3-2】

- 保存しない分のエネルギーはどこへ行くのかを考える
- エネルギーの変化は何によってもたらされるのかを考える

の二つの観点から、上の例でエネルギーが保存しなかった理由を述べよ。



3.6 章末演習問題

★【演習問題 3-1】

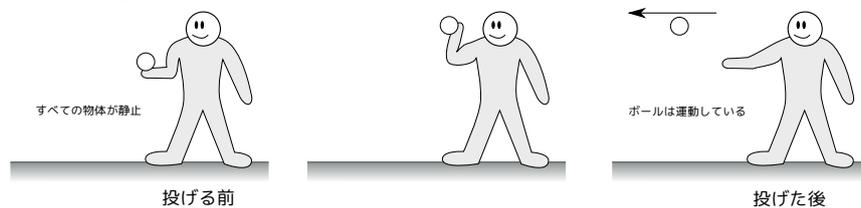
真空中を進むロケットについて、3人の人が推進の原理を述べている。

- A 推進剤を後方に噴射することでロケットは前に加速する。つまり運動量保存則のおかげである。
- B 推進剤を後方に「押す」ことでロケットが前に「押される」。つまり作用・反作用の法則のおかげである。
- C ロケットの燃焼室内の気圧が上がることでロケットが前に押される。

以上の3つの意見のうち、正しいのはどれか。間違っているものについては、どこが間違いかを指摘せよ（全部正しいかもしれないし、全部間違っているかもしれない）。

★【演習問題 3-2】

人間がボールを投げる。



投げる前と投げた後で、運動量の和が保存してないように思える。これはなぜか。

- 運動量は保存してないが、その理由は～
- 考え方を変わると、運動量は保存している。なぜかといえば～

の二つの答え方ができるので、両方を答えよ。

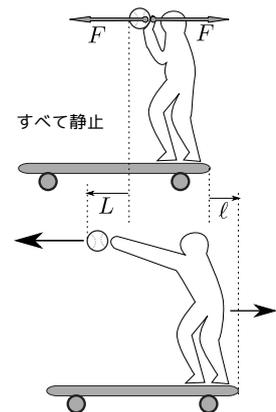
★【演習問題 3-3】

人間がボールを投げる問題、今度は仕事とエネルギーの観点から考えてみよう。

人間を台車の上に乗せて、ボールを投げたところ、ボールと（台車と人間）が逆方向に運動を開始した。投げる前（すべて静止していた状態）と投げた後（ボールが手から離れた瞬間）を図に示している。

なお、摩擦と空気抵抗は無視し、考えている時間の間、図に描き込んだ力は一定だったとして答えよ（上下方向の力と運動は考慮しなくてよい）。

1. ボールがされた仕事はどれだけか。
2. 台車と人間がされた仕事はどれだけか。
3. エネルギーが保存してないのはなぜか、説明せよ。



★【演習問題 3-4】

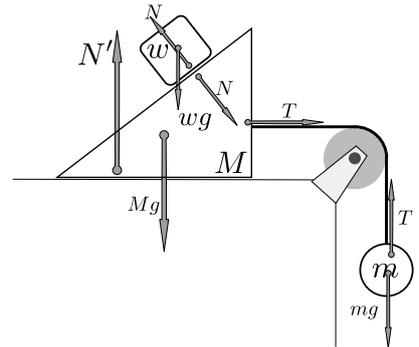
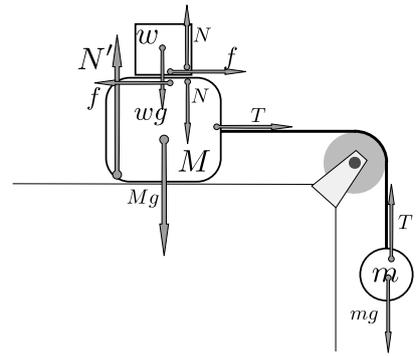
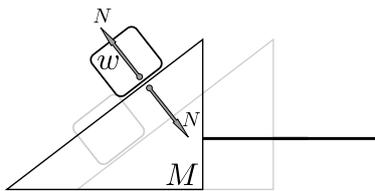
右の図のような状況で、床と下の物体との間には摩擦がなく、上の物体と下の物体の間には摩擦がある。この物体の運動を考えると、上の物体が下の物体の上を滑らないならば、エネルギーは保存する。

この問題を見てあなたの生徒が「摩擦があったらエネルギーは保存しないのではないですか？」と質問してきたら、あなたはどうか答えるか？

★【演習問題 3-5】

前問より少し難しい例として、右の図のような場合（摩擦はどこにもないとする）にエネルギー保存則を使ってよいのはなぜか？—生徒から「この垂直抗力 N は仕事をしませんか？」と質問されたらどうか答えるかを考えよ。

なお、このとき上に乗っている質量 w の物体は斜面を持つ質量 M の物体と離れることなく運動するものとする（下の図参照）。



第4章 熱力学

4.1 熱とはなにか？

「熱って何？」と聞いてみると、「分子の運動エネルギー」という答えが返ってくることが多い。たとえば高校の物理基礎の教科書（東京書籍）を見ると熱の単元の比較的最初の方で

物質を形づくっている分子や原子などは常に激しく乱雑な運動をしている。この運動を**熱運動**という。

のようにまず「熱運動」が説明されている（他の出版社の教科書も、熱力学の単元が「熱運動」などの分子運動の説明から入るものが多い）。これを読んで「熱=分子の運動」とってしまう人、あるいはもう少しましな場合でも「分子の運動のエネルギー」というふうに考えてしまう人は多いだろう。同じ本の後ろの方には

高温の物体 A の熱運動のエネルギー、つまり熱が低温の物体 B に移動する。

という言葉があり、「エネルギー=熱」という誤解を助長しそうである。

ところが「熱=エネルギー」は厳密には間違いで、熱は「エネルギー」そのものではなく、「エネルギーの移動量」を示す言葉である。上の文章は「移動するエネルギー」を「つまり熱が」と書いてしまっているが、最初に「熱」なるものが物体 A に溜まっていて物体 B に移動した、と考えてしまうのはいけない（熱という言葉の本質を見誤る）。

「熱は物体の中に含まれている」というのも一つの誤概念である。

関連する（古くからある）誤概念は「熱は物質の中に入っている、「物質の一種」である」というもので、この「物質の一種」は「熱素（フロギストン）」などと呼ばれていた（もちろん実在しない）。エネルギーもそうだが、熱は「〇素」のような物質の一種ではない¹⁾。

移動する量なのか溜まっている量なのか、この二つは明確に使い分けしなくてはいけない違いがある²⁾。たとえば

- 熱が伝わった。
- 熱を放出して温度が下がった。
- まさつで熱が発生した。

などの「例文」でわかるように、「熱」というのはなんらかの変化が起こったときに、出たり入ったり発生したりするものなのである。なお、やはり日常用語でよく使う言葉である「熱がある」は実は「温度（体温）が高い」という意味になっている。この使い方ときの『熱』は、出入りするものではない。

- 1) 「太陽から熱が地球にやってくる」のような言葉も、「熱の素」があるような誤解を生むようだ。実際には太陽から地球へのエネルギーの移動は電磁波（太陽光）の形で行われる。
- 2) 例によってお金で説明すると「今日、貯金を3万円おろしたので15万あったのに12万になった」と誰かが言ったとする。このときの「3万円」は「貯金」ではなく「貯金の変化量」であり、「引出額」である。「引出額」と「貯金」が同じ意味ではないように「熱」と「エネルギー」は同じ意味ではない。「熱」は「エネルギーの変化量」を表現する言葉である。

日常用語と物理用語は合わないことが多く、これが誤概念を作り、物理の学習の障害になっていることは多い。

下の表に示すように、物理量（物理量には限らないが）には「stock」と「flow」の2種類がある。

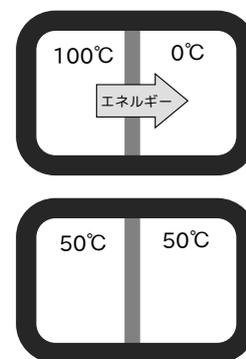
Stock と flow の例	
stock	flow
貯金	預入／引出額
ダムの貯水量	流入／流出量
力学的エネルギー	仕事
運動量	力積

考えている物理量が「stock」なのか「flow」なのかは明確に区別しないとまずい。

「私は10万円貯金をしている」の「10万円」と「今日10万円引き出した」の「10万円」は、同じ10万円でも「貯まっているもの」と「移動した（取り出した）もの」という意味の違いがある³⁾。

「熱」に関する計算の典型例としては「100℃の水100gと、0℃の水100gを接触させて（断熱して）放置すると、50℃の水200gになる」というときに、(比熱) × (質量) × (温度差) で、「 $1 \times 100 \times 50 = 5000\text{cal}$ の熱が移動した」とするものがある。

この5000calという「熱」は、「移動したエネルギー」⁴⁾であって、エネルギーそのものではない。エネルギーを「状態量 (stock)」としたときに「状態量の流れ (flow)」にあたるものが熱である。つまり熱とエネルギーは同じ単位を使って測るけど（貯金と引き出し額がどちらも「円」という単位を使うけどもその意味は違うように）、その意味が異なる量なのである。



よくある質問

「エネルギーの変化量」は「仕事」では？

エネルギーの変化量（エネルギーを stock としたときの flow）は、仕事と熱の2種類がある。（力） × （距離）のように計算できる「目に見えるエネルギーの flow」を仕事⁵⁾と呼び、そのような計算ができない「目に見えない形でのエネルギーの flow」（たとえば分子の運動は目に見えない）を熱と呼ぶ。

よくある質問

じゃあ「熱エネルギー」という言葉は？

誤用というか、よくない言葉ですね。何よりこの言葉は、「stock」を表すのか「flow」を表すのかが不明確です。

「分子運動のエネルギー」を表現する言葉としては「内部エネルギー」⁶⁾という言葉があるので、そっちを使うべきです。残念ながら、日常的にも高校物理の教科書でもよく使われています。

物理を勉強するときは、

- この2つの10万円の違いのせいで混乱を生じることはあまりないだろう。しかし、「熱」を stock と思ってしまうのは、大きな混乱を招く誤概念なのである。
- $1\text{cal} \approx 4.2\text{J}$ というのが、「熱とエネルギーの換算」。
- というより、もともとは「仕事によって移動するものがエネルギー」というのがエネルギーの定義。
- 正確に言えば、「内部エネルギー」は分子の運動エネルギーを含む「外から見えない（見えにくい）エネルギー」全般を指す。

- 仕事 that 定義される。
- 保存力によってなされる仕事によって増減する量として、「力学的エネルギー」が定義される。
- 保存力ではない力が働いたときは「力学的エネルギー」は保存しないが、熱という仕事以外の「エネルギーの flow」を考慮して「内部エネルギー」を考えると全エネルギーが保存している。

という流れでエネルギーの保存が理解されることが多い⁷⁾。つまり、最初は熱の存在を無視しておいてエネルギーを定義したのち、熱が導入されるという流れになる。熱力学第1法則の

$$\widehat{\Delta U} = \widehat{Q} - \widehat{W} \quad (4.1)$$

というのはまさに「熱」が「仕事」と同じ立ち位置に入ってきたことを示しているのである。

4.2 内部エネルギーの意味がわかっているかを問う問題

また、共通テストの試行問題に登場いただく。平成30年度に行われた物理の試行問題の第1問の問3（一部問題を省略）である。

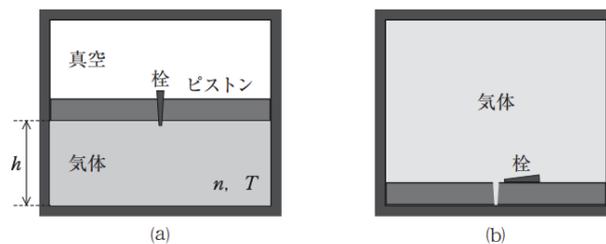


図 3

図3(a)のように、断熱材でできた密閉したシリンダーを鉛直に立て、なめらかに動く質量 m のピストンで仕切り、その下側に物質量 n の単原子分子の理想気体を入れた。上側は真空であった。

ピストンについていた栓を抜いたところ、図3(b)のようにピストンはシリンダーの底面までゆっくりと落下し、気体はシリンダー内全体に広がった。

- 気体は {
- ① 等温で膨張するので、
 - ② 断熱膨張するので、
 - ③ 真空中への膨張なので仕事はせず、
 - ④ ピストンから押されることで正の仕事をされ、
- 気体の温度は {
- ① 上がる。
 - ② 下がる。
 - ③ 変化しない。

答えは次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

7) 残念なことに、そういう流れで教わっても結局流れは頭に残らないケースが多いということはすでに説明した通り。

正解は、**5**が(4)、**6**が1である（皆さんの解答はどうだったろうか？）。

大学入試センターが公表している、この問題（箱番号 5,6）の正答率は 6.6% という悲惨なものである。残念ながらどういう間違いをした人が多かったのかまではわからないが、とにかく（以下に示すような）正しい理解に達しなかった人が多いのである。

熱力学第 1 法則 $\Delta U = Q - W$ を正しく理解している人ならば、

1. 全体が断熱されているから $Q = 0$ だ。
2. ピストンは気体を押ししているから $W > 0$ だ。
3. ということは $\Delta U > 0$ だ。

のように考えて温度が上がる、と判断する。

間違える可能性として

「断熱膨張では温度は下がる」と勉強した。これも断熱膨張だ。じゃあ下がるに違いない。

「真空への膨張（自由膨張）では温度は変化しない」と勉強した。これも真空への膨張だから、変わらないに違いない。

のような「パターンマッチング」を行ってしまったという例がありそうである。

ちゃんと理解している人なら「断熱膨張では温度は下がる」のは「気体が正の仕事をする場合」だからであり、「真空への膨張（自由膨張）では温度は変化しない」のは「気体が仕事をしない場合」だからだと理解できているので、上のような失敗はしない。

なお、「温度が上がる」と判断するもう一つの方法は、「ピストンが下に落ちている→ピストンの位置エネルギーが減っている→ということは何か別のもののエネルギーが増えるはず→それは気体の内部エネルギーだろう→温度は上昇する」という流れである。

こういう思考ができないのは、「力学で習ったエネルギー」と「熱力学で出てくる内部エネルギー」が同じものだという（上で書いた流れにしたがって導入されたものだという）ことが頭に入っていない状態だからであろう。「力学のときはこれを使って問題を解く」「熱力学のときはこれを～」「電磁気学ではこれを～」のような「科目別に使えるツールが違う」のような捉え方をしているようなのである⁸⁾。こういう人はいわゆる「融合問題」に弱い。

物理を理解させるということは「物理法則というのは広く応用できるものだ」という概念を獲得させることでもあるので、こうならないような教え方を考えていく必要がある。

4.3 第 2 種永久機関と熱力学第 2 法則

熱と仕事はどちらもエネルギーの flow ではあるが、違う性質を持っている。その性質の違いが現れるのが、次に説明する第 2 種永久機関と熱力学第 2 法則である。

前に永久機関について考えた。あのときに考えた永久機関は

——【第 1 種永久機関】——

外部からエネルギーの補給を受けることなく仕事をし続けることのできる機関

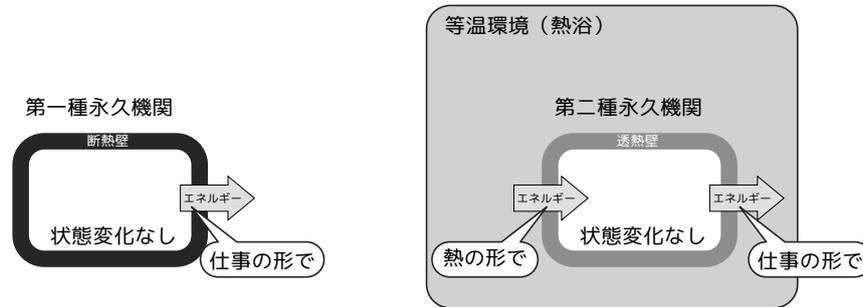
である。実は永久機関には第 2 種もある。

8) 実際著者は大学生に「電磁誘導のときにエネルギー保存則って使っていないんですか？」と真顔で質問されたことがある。

【第2種永久機関】

一定温度の外部から熱を吸収してすべて仕事に変えることのできる機関

というものである。第2種永久機関はエネルギーは（熱の形で）補給されるので、エネルギー保存則は破らない。



実在する「仕事をする機械」はモーターやガソリンエンジンなどのように、外部からエネルギーを供給される（第1種永久機関ではない）か、「一定温度でない外部（温度差のある外部）」から熱を吸収して仕事に変えている（第2種永久機関ではない⁹⁾）。

第2種永久機関を否定する原理は「熱力学第2法則」または「エントロピー増大の法則」という。熱力学第2法則の表現はいくつかあるが、高校物理の範囲では次の二つの表現が使われている。

熱力学第2法則の二つの表現

1. 熱をすべて仕事に変える熱機関は存在しない。
2. 熱は自然には高温から低温に流れる。

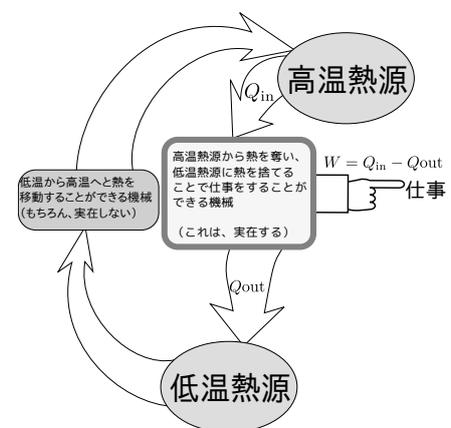
1. はつまり第2種永久機関が存在しないということ。

2. は実は1と等価なのだが、それは少しわかりにくいかもしれない。また、この「自然には」という表現が「いったい何が自然なのか（どうなったら不自然なのか）」をちゃんと定義し理解しておかないと法則の意味が理解できない。

「自然に」はより明確には、「それ以外には何の影響も及ぼさずに」と表現される。熱が低温から高温に流れるという現象の例はクーラー（低温の室内から高温の室外へ熱を移動させる）であるが、それは電力を投入するという「外部の影響」があるがゆえに起こっている（上の図でも、永久機関そのものの状態が変化してないことに注意）。

熱が高温から低温へ移動するというのは「高温物体と低温物体が接触すると、高温物体の温度が下がり低温物体の温度が上がる」ということでもある。それは自然に起こるが、逆が起こらないということは日常経験からしても納得できるはずである。

この1.と2.が同じ法則だというのは最初はびっくりするかもしれないが、スターリングエンジンのような「高温から低温へと熱を移動させることで動く（温度差があれば動く）」機械は存在している¹⁰⁾ということをおぼろげに思い出そう。もし低温から高温へと熱を流すことができるなら、それを使って右の図のような、温度差を自ら作り出して動く機械を作れば第2種永久機関のできあがりなのである（つまり



9) 温度差があると動く熱機関としては、スターリングエンジンや、平和鳥がある。平和鳥については【演習問題4-1】を見よ。

10) 「高温熱源から熱を取り、低温熱源に熱を与え、その熱の差の分だけ外部に仕事をする」機械のモデルとしては「カルノーサイクル」と呼ばれる仮想的な機械がある。熱力学ではカルノーサイクルを使っているような法則を説明する。

そんなことは不可能なのだ)。

この第2法則は、数ある物理法則の中で唯一「時間反転」ができない法則である¹¹⁾ (力学にしろ電磁気にしる、常に逆現象も法則上は許されるが、熱が高温から低温へ移動するというこの現象は、逆が決して起こらない)。

熱力学第2法則は、大学レベルの物理では、エントロピーという名前の状態量を考えて、

——— 熱力学第2法則のエントロピーを使った表現 ———

周囲から断熱された系のエントロピーが減少することはない。

と表現されることもある。

エントロピーという状態量は、(移動する熱) ÷ (温度) という量だけ変化するような量と定義される¹²⁾。高温物体から出た熱と同じだけの熱が低温物体に入ると、温度で割り算される分だけ「高温物体から出たエントロピー」が小さくなり、全体として増加する、というのが「エントロピー増大の法則」の一つの見方である。右の図では、左の部屋のエントロピーが $\frac{Q}{T_1}$ 減って右の部屋のエントロピーが $\frac{Q}{T_2}$ 増加する。結果

として、全体のエントロピーは $\frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1}$ だけ増加することになる。 $T_1 > T_2$ でないとそのような現象は起きない。



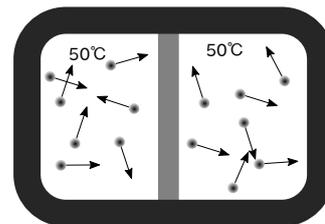
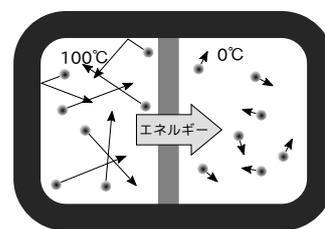
$$S_1 \rightarrow S_1 - \frac{Q}{T_1} \quad S_2 \rightarrow S_2 + \frac{Q}{T_2}$$

4.4 分子運動で考える熱現象

「熱という形でエネルギーが移動する」という現象は、分子の運動エネルギーが移動する、という現象である。こう考えると、実際に起こる現象である「高温から低温に熱が移動する」という現象は「エネルギーが平均化していく」という現象と考えることができる。

100度の水の水分子の持つエネルギーが0度の水の水分子へと移動し、均等なエネルギー分布(つまり等温)になったところで移動が終了する。

熱がなにものかわかっていない時代には「熱素」という熱のものが移動するという考え方もあったが、摩擦熱などの形で「仕事→熱」の変換がいくらでもできることを考えるこの説は分が悪い。さらにブラウン運動などの分子の運動の証拠が見つかって、分子運動が確かなものとなり、熱は「エネルギーの移動」の一形態と捉えられるようになった。



11) 力学における動摩擦力は、熱が発生するという意味で熱力学第2法則が関与する現象であり、力学に熱力学の法則が入り込んでいる例であると考えられる。

12) エネルギーの flow が仕事と熱であったように、エントロピーの flow は $\frac{\text{熱}}{\text{温度}}$ である。そういう量が状態量になるということ
は、熱力学の原理から証明されるか、あるいはそれを熱力学の原理とする(どちらになるのかは熱力学の流儀に依存する)。

熱い気体と冷たい気体が接しているときの「エネルギーの平均化」のアニメーションが



<http://irobutsu.a.la9.jp/kougi/physgairon2020/particle2room.html> にある。

また、2種類の（温度の違う）気体を混ぜてしまうともう元には戻らない、ということを示すアニメーションが

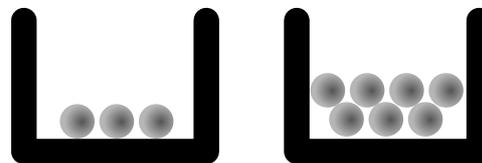


<http://irobutsu.a.la9.jp/kougi/physgairon2020/particle1room.html> にある。

温度の平均化を確率的現象として捉えることもできる。簡単のためにエネルギーを10個の玉として、これを二つに分ける分け方を考えると、

左の箱の玉の数	右の箱の玉の数	場合の数
0	10	1通り
1	9	10通り
2	8	45通り
3	7	120通り
4	6	210通り
5	5	252通り
6	4	210通り
7	3	120通り
8	2	45通り
9	1	10通り
10	0	1通り

●●●●●●●●●●
10個を3個と7個に分ける



$${}_{10}C_3 = 120 \text{通り}$$

のように表にできる。玉の数が均等になった「5個と5個に分ける」のがもっとも数が多い。この「均等」な状態¹³⁾というのが熱力学的には「温度が一定になった状態」に対応する。

物理現象がランダムに起こっているものと仮定すれば、このように数が多い状況は実現確率が高くなる（現実の物理現象ではアボガドロ数ぐらいの数の組み合わせを考えなくてはいけない）。その実現確率が高い現象が起きるでしょ、という考え方がエントロピー増大則（熱力学第2法則）の確率論的な説明になっている。

エネルギーを大事に、ということがよく言われるが、エネルギーそのものは保存量であり減らない。ただ、熱力学第2法則のおかげで「取り出せない形」（よりエントロピーの高い状態）に変化していつてしまうのである。

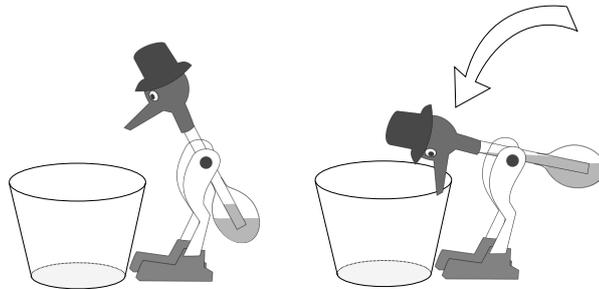
13) 「均等」とはどういう意味なのか、というのが問題である。統計力学では「等分配の法則」が知られていて、「各自由度ごとに同じエネルギーが分配される」状態が実現するとされる。

4.5 章末演習問題

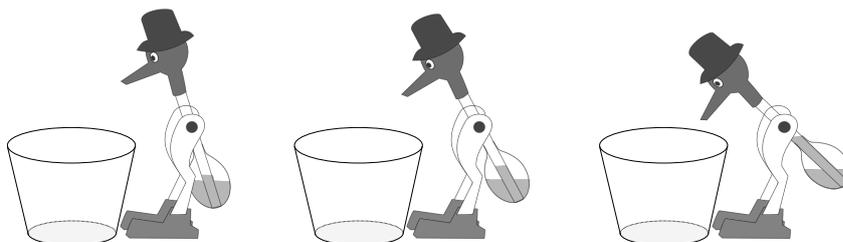
★【演習問題 4-1】

平和鳥¹⁴⁾というおもちゃがある。以下のように動作する。

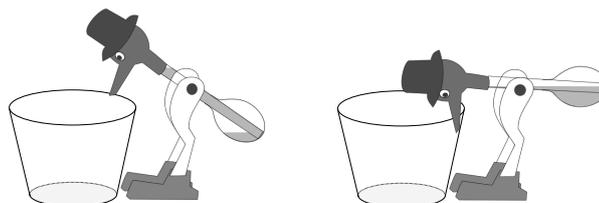
1. まず最初に鳥のくちばしを水につける。



2. しばらくすると鳥のおしりの部分にある液体が上昇するため重心が上に移動し、鳥がおじぎをしていく。



3. 鳥が完全におじぎした状態まで倒れる（このときに、くちばしがまた水につく）と、頭の部分の液体が尻の方に流れ落ちる。



4. 液体が流れ落ちたためにまた頭が軽くなり（尻が重くなり）、倒れた状態から鳥が立ち上がり、最初の状態に戻る。

このおもちゃは熱力学第2法則を破っていない、ということを説明せよ。

14) 「水飲み鳥」「ドリンキングバード」などの名前もある。

第5章 電磁気学

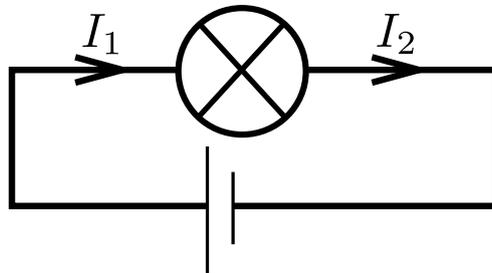
5.1 電磁気学を教えるために

5.1.1 まずはチェックテスト

最初にやったチェックテストの、以下のような疑問について考えよう。

チェックテスト

☆〈チェックテスト5〉



図のような回路で、電流は $I_1 > I_2$ になる、と思っている中学生がいます（もちろん、正解は $I_1 = I_2$ です）。この子になぜ $I_1 = I_2$ になるのか、説明をしてください。

また、この子は「もし $I_1 = I_2$ ならば、いったいどこから光のエネルギーはやってくるの?」という疑問も持っています。これにも答えてください。

このような疑問を持っている児童生徒は多い（実は大学生からも質問されたことがある）のだが、これにちゃんと答えられるだろうか。

この疑問は、むしろ力学をちゃんと勉強して「力が働くと運動が変化するはず」とか「光を発生させるにはエネルギーが必要なはず」という概念を持っている人の方が「ハマる」疑問であるとも言える（「エネルギーはどこから来たの?」という疑問も持てないほどにわかってない子なら、最初からこの点を疑問にしない）。

教職志望の大学生にこのチェックテストをやってみた結果について述べよう。

「一本の導線では電流は一定だから」で終わって「説明したつもり」になっている回答が結構あるのだが、これでは全く「中学生の疑問に対する答え」になっていない。単に $I_1 = I_2$ という式を言葉で言い直ただけである。中学生は「だからそれはどうしてかって聞いてるんだってば!!」と、不満だろう。

中学生の疑問は「なぜ一本の導線では電流が一定なのか（特に、エネルギーを使った後でも一定なのはなぜか）」にあるのだから、この答えでは、「そうだからそうなんだ」と言っているだけで「教科書に書いてあるから信じよ」と言うのと変わらない¹⁾。

同様の回答として、「 $V = IR$ で計算できるから」というものもあるが、これも全然ダメである。「一本道の回路では電流が一定」ということを知っているから我々は安心して $V = IR$ を使うことができる。

1) 説明があることを「教科書に書いてあるから信じよ」で済ませるのはよくない授業である。「自然には基本法則があり、その基本法則からいろんな法則が導ける（世界の成り立ちがわかる）」というが理科の教員が子どもたちに伝えたい自然観であるはずだ。

この中学生はその前提の部分に疑っている（「安心して $V = IR$ を使えない」と言っている）のだから、そこに答えてあげなくては、単なるはぐらかしにしかない。

ちょっと面白い解答としては、「電流計で測定してみせればよい」というもあった。「実験して示す」というのは重要な視点でよいことなのではあるが、これも子供の疑問「なぜ？」に答えていることになってないので、その部分にも答えて欲しいところだ。

物理でも「自然がそうなっているのだから仕方がない（測定したらそうだから仕方がない）」ということはある。だが、そう言っているのは「運動の法則」のような「原理」に対してだけである。そうでないものまで「そうなんだから仕方がない」という説明をしてはいけない。

「電流は量でなく速さを表すものだから」というのもあった。これはあきらかにおかしい（電流の定義は後で書くが、量にも関係している）。

少しましなのは、「電流が消費されて電球が光っているのではない」という回答だが、これには「じゃあ、何が消費されているの？」という疑問が返ってくると思うので、そこまで含めてちゃんと答えるところである。

少し正解に近づく回答としては、「電池からエネルギーがやってくる」というのもあるのだが、これは「どうやってエネルギーが『輸送』されてくるのか？」という点をちゃんと答えないと²⁾結局は「そうなるからそうなる」という説明になってしまう。

この点を説明しようとして、「電子の運動エネルギーの形でエネルギーが伝わる」と説明しちゃう人もいるのだが、これも大間違い。電子の運動エネルギーはこの状況の中では変化しないままと考えた方がよいし、何より「運動エネルギーが変化する」と考えてしまうと、ますます $I_1 > I_2$ になるように思えてしまう。

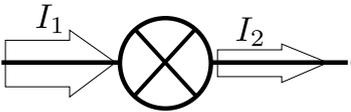
「電流は同じ電気がぐるぐる回っているから、中を通る電気量は減らない」と、電荷の保存則を使って説明しようという解答がいくつかあった。これはだいたい「理由」になっていて、伝えるべきことを伝えてはいる。

というわけで、まずは「この線」に沿った説明をしよう。

さて、標語を一つ³⁾。

困ったときは定義に戻れ

電流の定義はなんだろう？—別の言い方をすれば「1 A（アンペア）の電流」とは、何が1なのか？ 電流 1 A の定義とは「1 秒に 1 C（クーロン）の電荷が流れて来る」ということである⁴⁾。

たとえば電球を通った後電流が減るのだとすると、のような状況にな

り、電球には 1 秒に I_1 クーロンの電気が入ってきて、1 秒に I_2 クーロンの電気が出ていくことになる（電流の定義をよく見ること）。もしも $I_1 > I_2$ なら、電球の中に正電荷がどんどん溜まってしまう。これはありえない。このことは電流がなにかをわかっている中学生⁵⁾なら納得してもらえる（だから定義は重要なのだ）。

さて、問題は「それじゃどうして光るの？」という疑問がさらにやってきた場合である。

2) 「エネルギー」なるなにかの物体が導線の中なり空中なりを伝わっているというわけではあるまい。

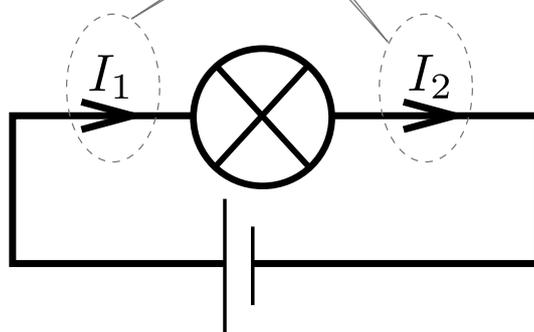
3) 前にあげた標語のは「原理に戻れ」だった。

4) ややこしいのだが、かつての SI（国際単位系）の定義では最初に A が定義されて、「1A の電流が 1 秒に運んでくる電荷が 1C」だった。2019 年の改訂で 1C が先に定義される形に変わった。

5) わかってない中学生も、もちろんいるが、その場合は定義を説明すべきであろう。

中学生がこういう疑問を抱く理由は「電球でエネルギーを放出しているから誰かがエネルギーを損しているはずなのに、電流が減らないとしたら誰も損していない（ように見える）」ことにある。したがってこの子の疑問を完全に解消するためには、

$I_1 = I_2$ ならば、この 二つの電流 の状態は、何が違うのか？



をちゃんと説明してあげなくてはいけない。電流は同じなのだが、何かの状態が違っているのである（でなかったら、光のエネルギーの供給元がない）。

実際中学生に説明はかなり難しい話になるが、せめて「大学生が納得する理由」を自分の中で持っていないと、説得力ある教員にはなれないだろう。

この説明をちゃんと行うために、やはり「定義に戻れ」を実行しよう。

5.1.2 電流と電位の定義

電流の定義

1秒あたり1C（クーロン）の電荷が流れてくるのが1A（アンペア）の電流である⁶⁾。

を思い出す。時間ごとに流れてくる電気量で定義されているのだから、量と速さの両方に関係した量である。また、電位の定義は以下の通り。

電位の定義

q [C]（クーロン）の電荷が電位 V [V]（ボルト）の電位の場所にいるときに持っている静電気力の位置エネルギーは qV [J] である。

電池が行うことは、化学反応を使って電荷を移動させ、陽極の電位を上げ、陰極の電位を下げることである。これにより電球の左と右で電位差が生じる。

これが「電球を通る前の電荷と通った後の電荷の違い」である。電位差が高い方から低い方に正電荷が移動する実際には低い方から高い方へと電子が移動する。これによってエネルギーが下がり、その分のエネルギーが電球から出る光となる。

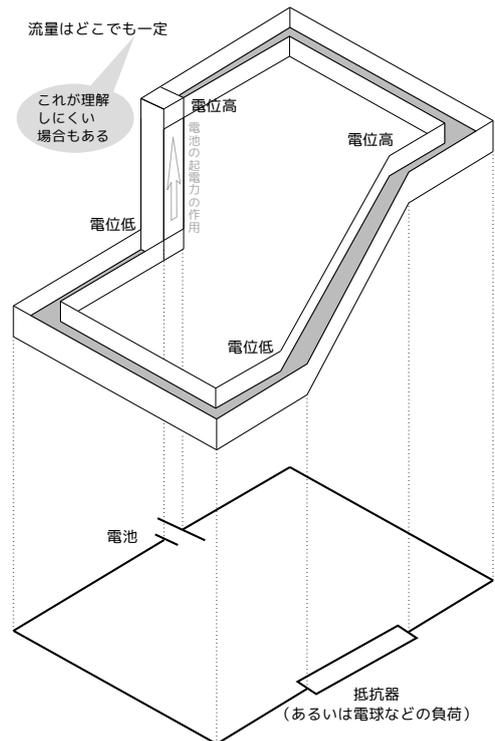
6) 2019年に改訂されるまでSI単位系ではアンペアが先に定義されてそれを使ってクーロンを定義するので、この話は逆だった（まあそこはいいことにしよう）。現行のSI単位系ではクーロンが先に定義される。

電流の説明として、水の流れて説明しようというものがよくある（「電流の水流モデル」と呼ばれる）。これは電位を高さで、電流を水の流れて説明しようとしたもので「電池が電荷の位置エネルギーを上げ、抵抗（電球など）のところで位置エネルギーが下がる」ということを説明しようとする図である。

この図は「流量はどこでも一定」ということを前提にして描かれているのであるが、これを見て逆に「抵抗を通り過ぎた後の方が水流は速いのでは？」と思う子供はいても当然であろう。そういう誤解を産まないように（産んでしまったらうまく修正するように）説明していかなくてははいけない。このあたりは「モデル」というものの限界である。モデルに頼り切ってははいけないのである。

皆さんが理科の先生になってこの図を使うときも、電位の定義が「1Cあたりの静電気力位置エネルギーである」ということを理解した上で使うのでないと、おかしな説明になってしまう（中学生を誤解させてしまう）可能性が高くなるので気をつけよう。

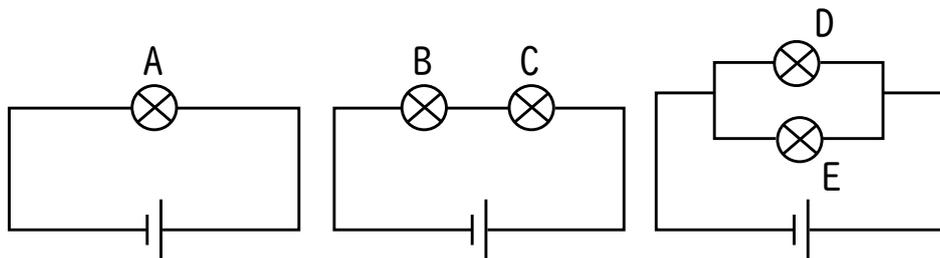
なお、ついでながら電流の担い手である電子の運動エネルギーはこういう話ではほぼ関係ない。実際計算してみると電子は思っていたよりもずっと遅い（秒速1ミリ以下である）し、電子はすごく軽い。



5.2 電池と電球の並列・直列

電位の概念が理解できてないことから来る困難について、以下のような例が報告されている⁷⁾。以下のような問題を中学生に出してみた結果である。

図の回路の電球のうち、もっとも明るいのはどれか。同じ明るさのものがある場合はいくつ答えてもよい。



もちろん、中学範囲なので電池や導線の内部抵抗は考えない。

正解は A,D,E なのだが、正解率は 10%以下で、半分以上のものが「A のみ」と答えたと言う。これは並列の場合でも「電流が分かれるから小さくなる」という誤解があるのだろうと推測される。水流モデルを中途半端に理解してしまうと、この誤解が生じる。

さらに詳細な例として、以下のような回路で電球の明るさを問う問題を、

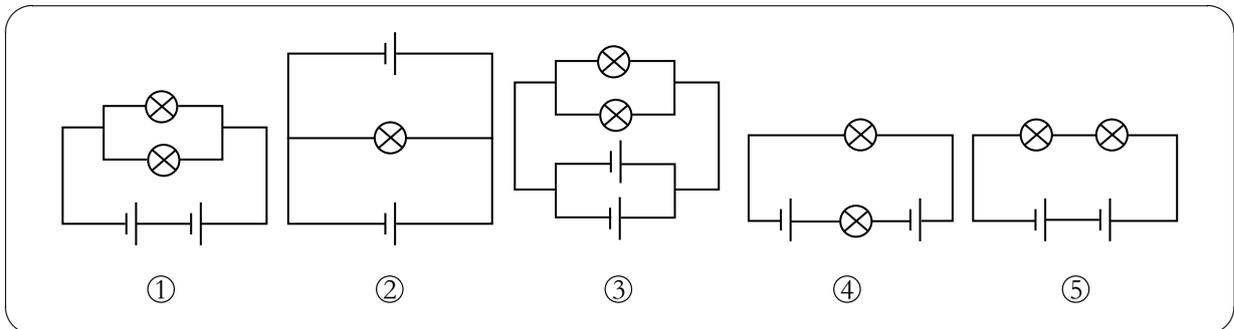
A 郡： 中学校 2, 3 年

7) 「中学校電気分野における電位概念の導入と学習機材の開発」(沖花彰、谷口進一) 物理教育第 57 巻第 2 号 p97

B 群： 小学校教員免許取得希望者

C 群： 中学校理科教員免許取得希望者

に出してみた例もある。



正しい答えは(1)がもっとも明るく(2)～(5)はすべて同じ明るさである。

正解率はA群が30%、B群が3.9%、C群が10%と大変悪かった(悪い中でも中学生が一番いい)。詳しく分析すると、「(1)と(3)では(1)の方が明るい」という点はあまり間違えていないが、「(1)と(5)では(1)の方が明るい」は判断できていない(正解率半分以下)という結果が出ている。電池にかかる電圧に比べ、電球にかかる電圧を判断するのが難しい(並列なのに電圧が分割されると考えている?)ということがわかる。

もう一度強調しておくが、電位の定義を知った上で「電流は電荷の運動エネルギーを運んでいるわけではなく、電位差のある間を電荷が移動することにより電荷の位置エネルギーの変化という形でエネルギーを運んでいる」という概念を持っていないと「電池から電球へとエネルギーが移動するのはどのようにしてか」ということが説明できない(もちろん、最初に書いた中学生の質問にも答えられない)。

「電位差(電圧)」の概念がちゃんと理解できて、「電気抵抗」がどういうメカニズムで発生してのか、というイメージができていれば、この問題には答えられると思う。

そこで以下で「電位差とはなんだろう」ということを考えていこう。もちろん「電位の差」なのだが、では「電位」とは何であろうか。この後で説明していくので、「ある程度勉強が進むと定義を忘れてしまう病」にかかってないか、チェックしよう。

5.3 場の概念

5.3.1 近接作用論

静電気力を考えるには二つの立場がある。

遠隔作用論： 電荷と電荷に直接に力が働く

近接作用論： 電荷が「電場」を作り、その電場が伝わることで他の電荷に力が働く

★【問い5-1】

どちらが正しいかを判定するにはどんな実験をすればいいだろう？

実際には近接作用論が正しいことが確認されている。電磁気学を理解するには、近接作用論に基づく「場の概念」の理解が必要である。高校の物理の教科書には「電荷に力を及ぼす働きをもつ空間には

電場（または電界⁸⁾）がある」と電場の概念が説明されている。そしてその電場を

電場の定義

$$\vec{E} = \frac{1}{q} \vec{F}$$

\vec{E} : 電場ベクトル [N/C], q : 試験電荷 [C], \vec{F} : 電場から受ける力 [N]

という式で計算されるものとして定義する。

これに関連して、電位は以下のように定義される。

電位の定義

$$V = \frac{1}{q} U$$

V : 電位 [V], q : 試験電荷 [C], U : 試験電荷の持つ、静電気力による位置えねるぎー [J]

ここで「電場だの電位だの、新しいのが出てきて頭がごちゃごちゃになる」という人に注意しておきたいのは、

電場	単位電荷あたりに働く力	という関係にあるから ⁹⁾ 、「力」と「エネルギー」の間の関係は、そのまま「電場」と「電位」の関係と同じだということである。力学と電磁気は別々に存在しているのではなく、互いにつながっている。そのことを無視して「新しい言葉だからまた新しく考え直し（暗記し直し）」のような勉強をすると、不経済な勉強をすることになり理解が進まない ¹⁰⁾ 。
電位	単位電荷の持つ位置エネルギー	

係は、そのまま「電場」と「電位」の関係と同じだということである。力学と電磁気は別々に存在しているのではなく、互いにつながっている。そのことを無視して「新しい言葉だからまた新しく考え直し（暗記し直し）」のような勉強をすると、不経済な勉強をすることになり理解が進まない¹⁰⁾。

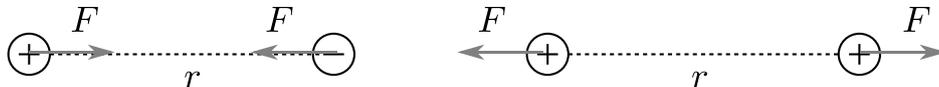
チェックテストの電流の問題で「電球を通り過ぎた後には電流が小さくなるような気がする」という誤解が生じてしまうのは、電位による位置エネルギーというものが、運動エネルギー、重力の位置エネルギー、ばねの弾性力の位置エネルギーなどと比べ「見えにくい」ということが大きな原因であろう。

5.3.2 クーロンの法則とガウスの法則

実験的に見つかった「クーロンの法則」は

クーロンの法則

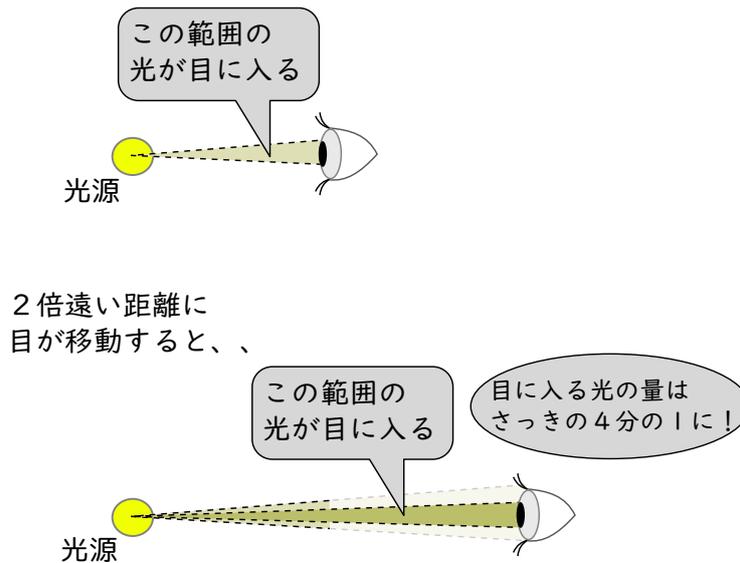
距離 r 離れた電気量 Q の点電荷と電気量 q の点電荷の間には、 $F = \frac{kQq}{r^2}$ の力（同符号では斥力、異符号では引力）が働く。



という法則だが、これは点電荷どうしの式であることに注意が必要である。

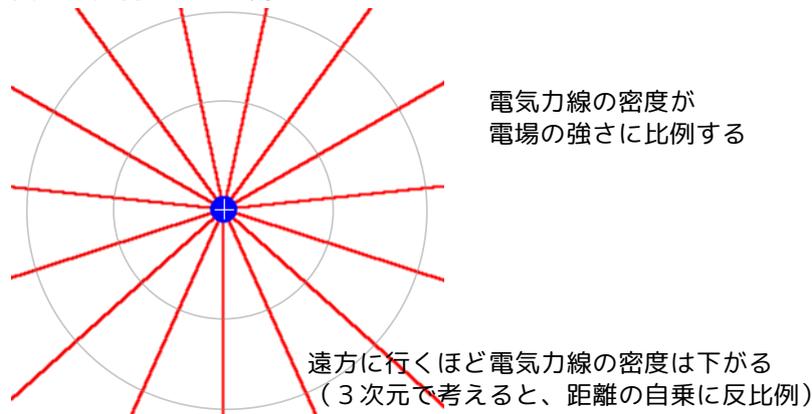
この「距離の自乗に反比例」という性質は、「光源からの距離と明るさの関係」に似ている。

- 8) 困ったことに、同じ概念に対して電場と電界という二つの言葉が存在し、統一されていない。英語ではどちらも electric field で、日本語訳が二つある。意味の違いは全くない。
- 9) 同様に「電位差」は「単位電荷あたりのエネルギー差」であり、エネルギーの差は多くの場合仕事だから、「電位差」は「単位電荷に及ぼされる仕事」になる。
- 10) 「概念の因数分解」というか、同じ流れになっているところは共通部分をくりだして理解した方がよい。



こう考えると、「電荷からなにかが放射されている」というイメージで電場の伝搬を考えたい (実際になにかが出てきているわけではない¹¹⁾)。

その「なにかの放射」にあたる量として、電場の方向を向いて伸ばした線である「電気力線」を定義し、電気力線は正電荷で始まり負電荷で終わり、途中で合流・分裂したり電荷以外の場所では途切れないと考える。電気力線は各点各点で電場の向き（その場所に仮想的に正の試験電荷を置いたとしたら受ける力の向き）を向くように伸ばした線であり、単位面積あたりの密度が電場の強さに等しい（電気力線で電場の向きと強さを表現している）。



このように定義された電気力線は、途中で合流したり分裂したりすることがない（上の光源から出た光のアナロジーは、途中で電気力線が合流したり分裂したりすると成り立たない）。また、正電荷で始まり負電荷で終わる（それ以外の場所では発生も消滅もしない）。このことから、以下の法則が言える。

静電場に関するガウスの法則

電荷 Q から $4\pi kQ$ 本の電気力線が出る（ Q が負の場合は吸い込む）。

ガウスの法則は（電気力線の定義を含め）静電場に関する物理法則である。電気力線は途中で途切れることなく3次元に広がり、その面積密度が電場の強さに等しいとすれば、

$$E = \frac{4\pi kQ}{4\pi r^2} = \frac{kQ}{r^2} \quad (5.1)$$

となってクーロンの法則が導かれる。

11) 以下で説明する電気力線は、あくまで「電場」というものを説明するためのイメージであって、実際にそういう「線」があるわけではない。また「電気力線が n 本」という計算をすることもありますが、1本2本と数えられるものでもない。

クーロンの法則とガウスの法則はどちらが先ですか。

歴史的な経緯を聞いているなら、実験からクーロンの法則が見つかるのが先。それが逆自乗則だったので「力線みたいなのが出てると解釈すればいいのでは？」という考えが生まれて、ガウスの法則に至る。

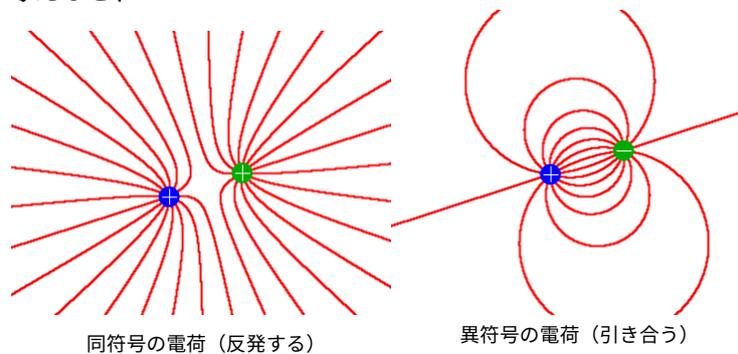
理論的な筋道を聞いているなら、ガウスの法則が基本法則であり、それを点電荷の場合に適用するとクーロンの法則に至る。

電気力線に、

電気力線の力学的性質

- 張力が働く（なるべく短くなろうとする）。
- 平行な2本は反発する（混雑を嫌う）。

という性質があると考え、



のような図で斥力や引力が働く理由を、この電気力線の性質から導かれるものと考えることができる。正電荷どうしの電気力線は混雑を嫌うことで電荷を引き離そうとし、異符号の電荷の電気力線は短くなろうとすることで電荷を近づけようとする。

電気力線を描くプログラムが以下にあるので、実行してみよう。



- <http://irobutsu.a.la9.jp/mybook/ykwkrEM/denbajs.html>

これは電気力線の密度すなわち電場の強さの増加関数であるような「電場のエネルギー」があると解釈しても理解できる。「短くなろうとする」のは電場が強い範囲を狭くしてエネルギーを下げるし、「混雑を嫌う」のは電場の強さを弱くしてエネルギーを下げる。電気力線自体がエネルギーを持っている力学的存在だと考えると、引力や斥力のイメージが理解できる。

ここで、コンデンサの極板の間の電場を求めるという問題を考えよう。

平行平板コンデンサとは、互いに平行な2枚の板（極板と呼ぶ）を向かい合わせたものである。このような板の一方に $+Q$ 、もう一方に $-Q$ の電荷を帯電させた場合、次にあげる図のように、電気力線のほとんどは極板間に集中する。電場の強さは、近似として「電気力線は極板と極板の間にしか存在しない」と考えれば非常に簡単に計算できる。

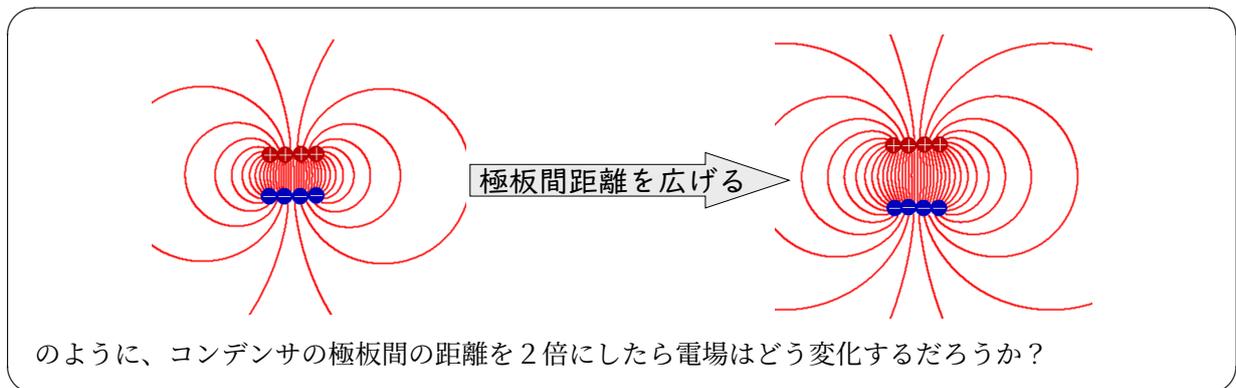
コンデンサの極板の面積を S とすると、面積 S の中に電荷 Q から出て電荷 $-Q$ に入る電気力線（全

部で $4\pi kQ$ 本) が入っていることになる。したがって、極板の間にできる電場の強さは $\frac{4\pi kQ}{S}$ となる。

なお、実際には図のように極板から外にも電場は染み出るものなので、この計算はあくまで近似である。

コンデンサの極板に溜まった電荷はもちろん「点電荷」ではないから、クーロンの法則は使えない。もし使うとしたら、極板を微小な部分にわけて点電荷とみなしてからその足し算（具体的には積分）を行う。こういう場合はガウスの法則の方が圧倒的に使い勝手がよい。

ここで以下のような問題を考えてみよう。



電荷がたくさんある場合の電気力線を描くプログラムが以下にある。



• <http://irobutsu.a.la9.jp/mybook/ykwkrEM/chargesjs.html>

「せっかく暗記したから公式を使いたい病」にかかっていると、「距離が2倍だから $\frac{1}{4}$ 倍」という大間違いを起こす（実際高校生や大学生に質問してみると全体の3分の1ぐらいがそう答える）。

この場合電気力線の密度が変わらないのだから電場も変わるわけがない。計算して $\frac{4\pi kQ}{S}$ という（極板間距離によらない）答えが出てくるのだからそれを信じればいいのだが、つつい「直感」に流されて間違える人が多い。もう一度強調しておくが、逆自乗の法則はガウスの法則と「点電荷から出た電気力線が遠方に行くほど広がる」ということからの「結果」である。電磁気学にとって「原理」であるのはガウスの法則の方だから、そちらを尊重して考えなくてはいけない。

実際には変わらないわけではなく、距離が遠くなると「コンデンサの境界部分で電気力線が染み出さない」という近似が使えなくなるから少し電場は弱くなる（上の図でも、少し弱くなっている）。

法則には「適用範囲」があるものが多い（クーロンの法則なら「点電荷」が条件である）。そこを考えないで「公式だから」と使ってはいけない。また、将来の生徒にそういう教え方をしてはいけない。

5.4 電位の定義と起電力

電荷に働く力として静電場だけを考えると、回路を一周する間に電場が電荷にする仕事は必ず0になる（マクスウェル方程式で言うと、 $\text{rot}\vec{E} = 0$ または $\oint d\vec{x} \cdot \vec{E} = 0$ がこの法則に対応する¹²⁾）。電

12) 静的でない場合、この式は $\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ また $\oint d\vec{x} \cdot \vec{E} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$ になる。この場合の電位の定義にはややこしい問題がある。

位という単位電荷あたりのエネルギーが一周回ってきたら元の値に戻っているはずなので、仕事は0になるはずなのである。

それでは電流が流れたときの消費エネルギー（抵抗で発生するジュール熱であったり、モーターが外部にする仕事であったり）はどこから来るかという、電源（電池）が電荷に対してする仕事である。電池の起電力とは、電池が単位電荷に対してなす仕事である。これは（内部抵抗を無視する場合）電池のプラス極とマイナス極の間の電位差に一致する。

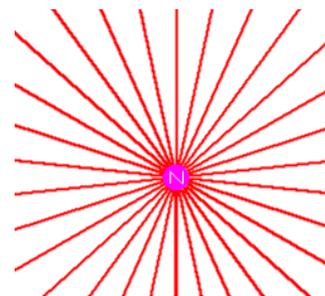
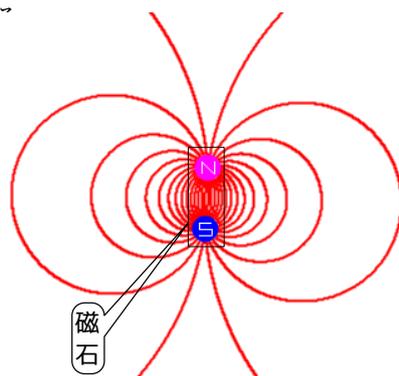
よくある誤解

電流は常に電位が高い方から低い方へと流れる。

これはほとんどの場合正しいが、「常に」そうだと考えるのは間違いである。他の力がないなら電荷は電位の高い方から低い方へ移動するが、電池（あるいは回路において電池の役割をしている部分）の内部だけは別の力が働いているために、違う。

5.5 磁力線とその物理的性質

次に磁場（磁界）について考えていく。磁石を「N極（正の磁極）」と「S極（負の磁極）」でできているものと考えて、正負の磁極を正負の電荷と同様に考えれば、磁極のつくる磁場の様子は電荷が作る電場と同様であ

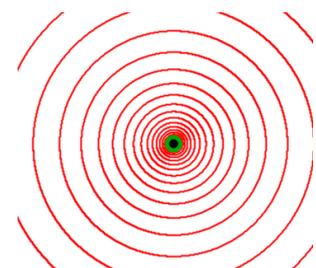


↑ 存在しない、磁気単極

ここまでだと、磁場と電場の違いはなく、ある意味あまり面白くない。まず最初の面白いところ、つまり磁場と電場の大きな違いは、磁極によってのみではなく、電流によっても作られるということである¹³⁾。

電流の作る磁場の磁力線は、右の図のように電流をめぐる形状となり、電気力線の場合の「正電荷で始まって負電荷で終わる」ような端点を持たない。途中で途切れたり分裂したり合流したりしないという性質は電気力線と同じである。

電気力線にあった力学的性質と同じ性質が、磁力線にもあり、



● ← 「裏から表へ」を表す記号

⊗ ← 「表から裏へ」を表す記号

磁力線の力学的性質

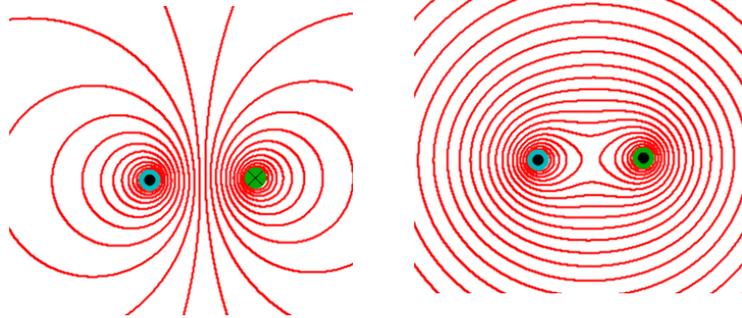
- 張力が働く（なるべく短くなるようにする）。
- 平行な2本は反発する（混雑を嫌う）。

とまとめることができる。

13) そもそも磁極というのはなくて、すべて電流だと言った方が正しいかもしれない。磁石の磁場は、原子内に流れる電流が原因といってもいい。

電流と電流の間に働く力は引力か斥力か（電流が同行の場合、逆行の場合でそれぞれ答えよ）。

という問題に対しては、この性質と、下に描いたような図だけから答えることができる。



逆行電流

同行電流

電気の法則と磁気の法則はそれぞれつながっており、別々に存在しているものではない（またこれが「エネルギーを低くする方向へと力が働く」という意味で力学ともつながっているわけである）。

すでに述べたことだが、もう一度、確認しておく。物理を理解して（そして教えて）いく過程ではこのような「つながり」を作っていくことが大事で「この問題はこの法則、この公式ね」のような「各個撃破」をやってはいけないのである（特に教える側は！）。

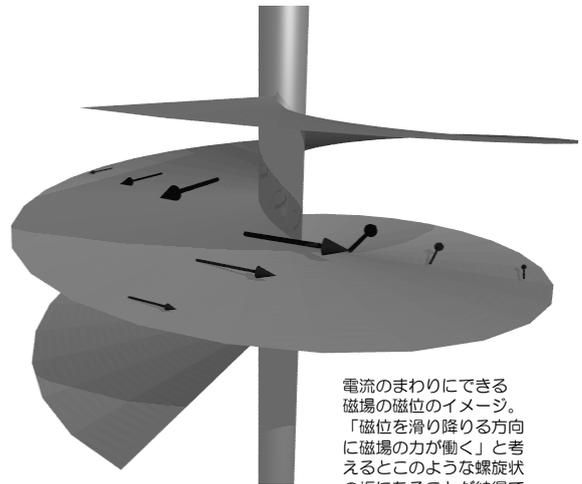
★【問い 5-2】

以下の疑問について、図を描いて説明せよ。

1. 磁石が輪っかになると磁力線はどうなる？
2. N 極だけの磁石はできるか？

電場の場合、「電位」を考えることが非常に有用であったが、電流と磁場の場合はこの考え方は使いにくい。というのは電流の作る磁場はループをなすので、これに対応する位置エネルギーを考えると（右の図に模式的に示したように）「一周回ってくると違う値になる」という困った状況になってしまう。

この点でも電場と磁場は大きく違う。電場を作るのは電荷であってその基本法則はガウスの法則であったが、磁場を作るのは電流であり、その基本法則はアンペールの法則となる。



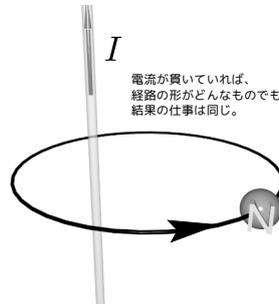
電流のまわりのできる磁場の磁位のイメージ。「磁位を滑り降りる方向に磁場の力が働く」と考えるとこのような螺旋状の坂になることが納得できるだろう。

5.6 アンペールの法則

アンペールの法則

電流 I [A] の周りを回るように単位磁極を周回させると、磁場は一周の間にちょうど I [J] の仕事をする。

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I \quad (5.2)$$



ただし、周回方向は電流 I に対して右ネジの方向をとる。この式の微分形が $\text{rot} \vec{H} = \vec{j}$ である。

直線電流から距離 r だけ離れた場所での磁場が $H = \frac{I}{2\pi r}$ になるのは、この法則から導ける¹⁴⁾。ソレノイドの磁場 $H = nI$ (n は単位長さあたりの巻数) の式もこれから出るのが、このあたりが天下りになってしまうのは高校物理の残念な部分である。「電荷の作る電場」と「電流の作る磁場」が本質的に違うということは意識しておいた方がいいだろう。

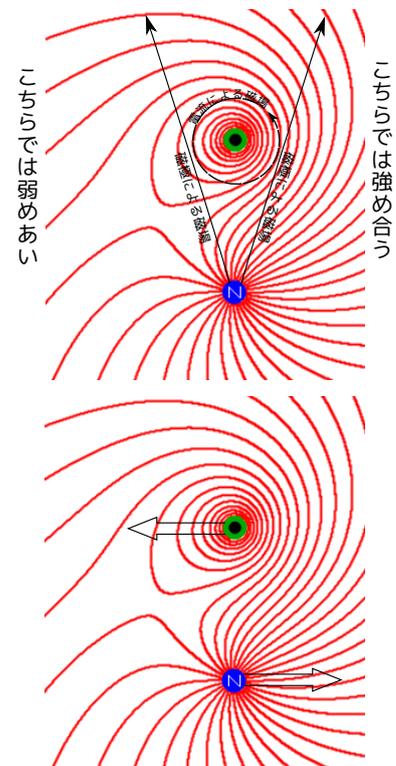
5.7 電流と磁場による力

磁場中に電流があるときに働く力も、右のように磁力線の絵を描いてやると理解することができる。

図は磁極 (N 極) による磁場と電流 (裏から表へ) による磁場が重なった結果の磁力線であるが、電流の左側では磁場が弱め合うことで弱い (磁力線の密度が小さい) 磁場となり、右側では磁場が強め合うことで強い (磁力線密度の大きい磁場) ができる。磁力線は「混雑を嫌い、短くなろうとする」ので電流と磁極には磁力線の混雑を緩和し、長さを短くする方向へと力が働くことになる。

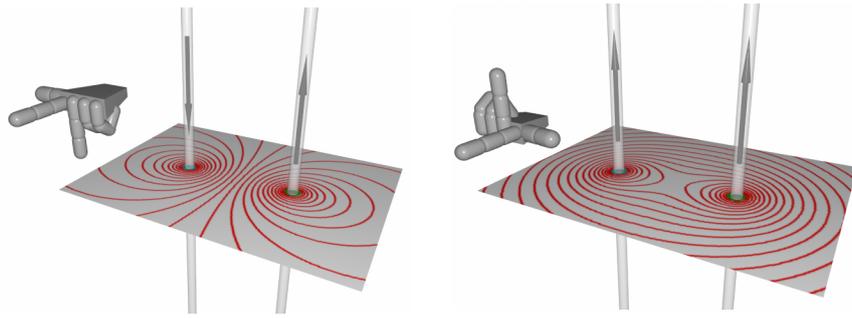
働く力は右の図のようになる。磁極に働く力は電流の作る磁場による力と考えれば納得できる。電流に働く力はいわゆる「ローレンツ力」であり、別の物理法則として扱われることも多いが、今述べたように磁力線の力学的性質から導くこともできる (定量的に導こうとすると少し面倒)。

興味深いのは、この力は作用・反作用の法則のうち「作用・反作用の作用線が一致する」という部分を満たしていないことである (逆向きで大きさが同じ、という点は満たしている)¹⁵⁾。磁場から電流に働く力は「フレミングの左手の法則」で表現されるが、それを使っても次の図のように、「逆行電流は斥力、同行電流は引力」が導かれる。



14) 高校物理の教科書ではアンペールの法則抜きでいきなりこの式を出していることが多い。

15) 磁場 (磁力線) を物理的実体のあるものと考えて、磁場に働く力まで考えてやれば、ちゃんと作用・反作用の法則を満たす。



5.8 電磁誘導

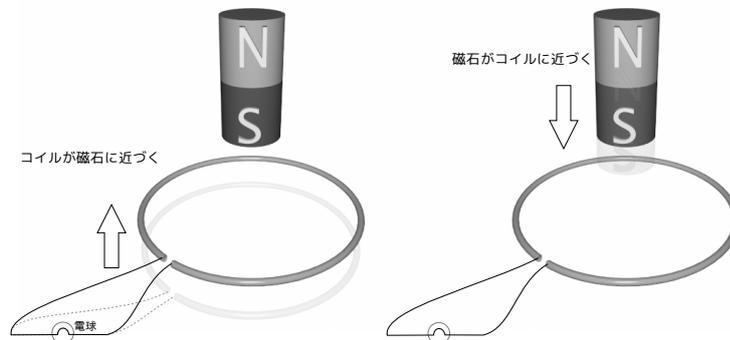
電場と磁場の本当に面白いところは、この二つが絡み合っていることである。その一つの現れが電磁誘導で、「磁場の時間的変化が電場を発生させる」という現象である（もちろん、この逆の「電場の時間的変化が磁場を発生させる」という現象もある）。

この「電磁誘導」という現象は発電の原理でもあり、実用性も大きい。「電磁誘導」と呼ばれている現象には二つある。

- 一様な磁場中で導体が運動した場合に起電力が発生する
- 磁場が時間変化すると静止した導体に起電力が発生する

である（この両方が同時起こることも、もちろんある）。

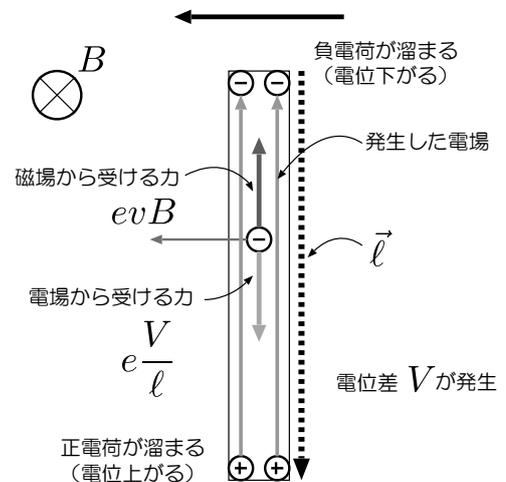
実際に起こる現象として代表的なのは次の二つである。



この二つは全く別の現象であり、別々の物理法則から導かれることに注意しよう¹⁶⁾。

コイルが動く方の法則は実は新しい物理法則ではなく、上で述べた「ローレンツ力」の結果である。

磁場中で導線（ただし、回路の一部ではなく、ただ導線があるだけの状況を考える）を動かすという思考実験を試みる。導線の中には電流のキャリア（金属の場合なら自由電子）がある。以下は金属の場合で考えよう。導線を動かすと、導線内の金属イオンも自由電子も動く。動いている電荷には磁場からの力が働く。しかし金属イオンの方は導線全体と同じ動きしかできない（でない



16) この二つは相対運動の考え方で結びつくのではないかと考えるとアインシュタインの特殊相対性理論に達するのだが、それは後のお話である。

金属が破壊される)。電子の方は金属内部では動くことができるので、金属の中で一方向に偏ることになる。図の状況では $V = Bvl$ の電位差が発生している¹⁷⁾。上の「コイルが近づく」場合の電位差発生は、本質的にこれと同じ状況である¹⁸⁾。

一方、上の図の「磁石がコイルに近づく」現象では、コイルは動いてないのだからローレンツ力 qvB はもちろん働かない。ここで発生する起電力はローレンツ力とは別の物理法則（具体的には、Maxwell 方程式の $\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ ）から来る。 $\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ という式の両辺をある面積で面積積分すると、

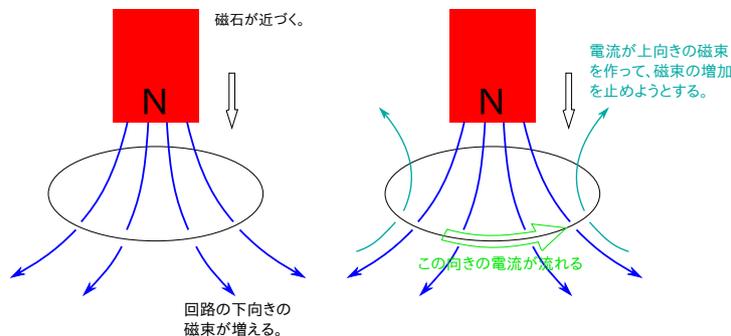
$$\begin{aligned} \int_{\text{領域}} d\vec{S} \cdot \text{rot}\vec{E} &= - \int_{\text{領域}} d\vec{S} \cdot \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \oint_{\text{境界}} d\vec{l} \cdot \vec{E} &= - \frac{d}{dt} \int_{\text{領域}} d\vec{S} \cdot \vec{B} \end{aligned} \quad (5.3)$$

となる。左辺ではストークスの定理を使って領域の積分を境界の積分に直した。同時に右辺では時間微分を領域の積分の外に出した。

左辺 $\oint_{\text{境界}} d\vec{l} \cdot \vec{E}$ は「単位電荷を境界線に沿って一周させたときに電場がする仕事」¹⁹⁾であり、それはつまり「コイルに発生する起電力」ということになる。右辺が $-\frac{d\Phi}{dt}$ となり、電磁誘導の法則が出てくる。

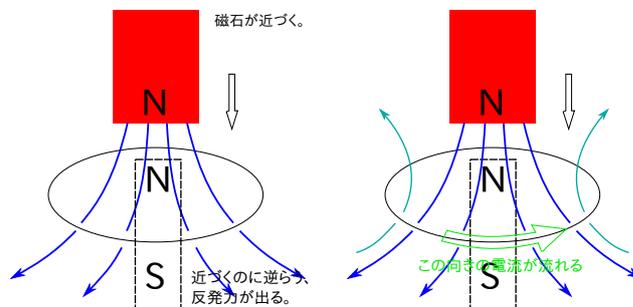
5.9 レンツの法則とエネルギー保存

電磁誘導の起こるときに電流の向きを理解するには、**自然は人間に逆らう**という考え方が役に立つ。たとえば、



のような考え方で電流がどう発生するかがわかる（これをレンツの法則と呼ぶ）。

人間に逆らうを



17) ここで考えたのは動く導体に何もつながっていない場合であったが、抵抗などがつながっている場合も、このように電位差ができた時点で定常電流に落ち着くと考えられる。

18) $-\frac{d\Phi}{dt}$ という式からも $V = Bvl$ が出せる、というのは後でもやる。

19) アンペールの法則の左辺 $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$ が「単位磁極を一周させたときに磁場がする仕事」だったのと同様。

のように力が逆向きに働くと考えてもいい。

この「逆向きの力が働く」というのはエネルギー保存則的にも大事なのである。

電磁誘導とエネルギー保存則を考えるのに格好の問題として、センター試験で何年か前に出題され、最近大学共通テストの試行問題でも出題された以下の手回し発電機の問題を考えてみよう。

問 2 手回し発電機は、ハンドルを回転させることによって起電力を発生させる装置である。リード線に図 1 に示す a～c のような接続を行い、いずれの接続の場合でも同じ起電力が発生するように、同じ速さでハンドルを回転させた。a～c の接続について、ハンドルの手ごたえが軽いほうから重いほうに並べた順として正しいものを、下の①～⑥のうちから一つ選べ。 3

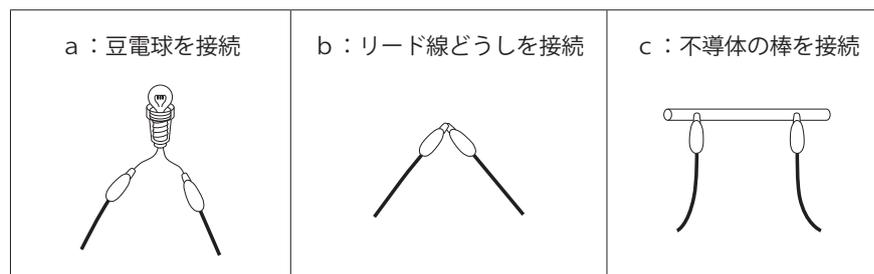
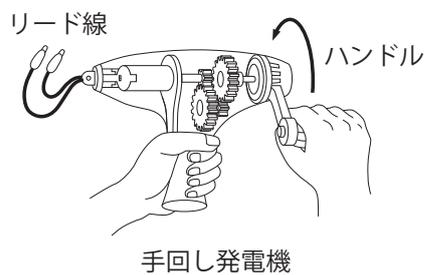


図 1

	ハンドルの手ごたえ		
	軽い	→	重い
①	a	b	c
②	a	c	b
③	b	a	c
④	b	c	a
⑤	c	a	b
⑥	c	b	a

解答は次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

答えは実は直結がもっとも重く、不導体をつなぐ（何もつながないのと同じ）がもっとも軽く、豆電球がその中間に入る。2017年に実施された大学共通テスト試行調査では、この問題の正解率は10.3%であった。非常に多くの人が勘違いする問題であることがわかる（選択肢は6個なのだから、ランダムに回答しても正解率は $100 \div 6 \approx 16.7\%$ なのだ）。

★【問い 5-3】

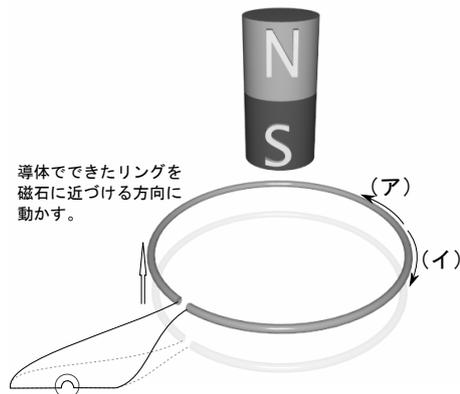
もし生徒から『豆電球でエネルギーを使っているんだから直結より重くなるんじゃない？』と質問されたらどう答えるか？

電磁誘導現象において、「電流が流れる」ためには電流のエネルギーを誰かが供給しなくてはならない。この「逆らう力」に対抗して磁石もしくは導線（コイル）を動かす「手の力」がする仕事が、そのエネルギーの供給源なのである。こうして考えると「自然が人間に逆らう」というのは「電流を作る分のエネルギーの補給を求めている」という考え方もできる。つまりはエネルギー保存の概念がちゃんとできていれば、電磁誘導におけるレンツの法則の意味もわかってくるし、上のような問題も間違えない。

以上のように、電流がどちらの向きに流れるかについてはいろいろな物理的考察から見つけることができる。以下の問題を考えてみよう。

★【問い 5-4】

下の状況で、電流が流れる向きは（ア）、（イ）のどちらになるかの説明を、2種類以上書け。図に描き込んで説明してもよい。



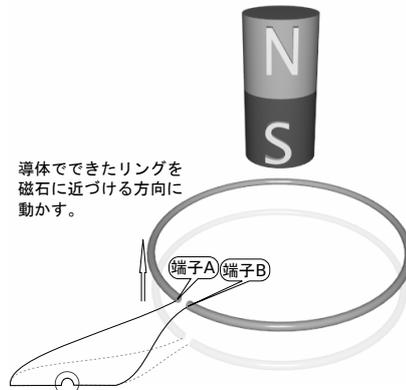
問題では2種類以上としていれば、がんばれば3種類ぐらいの回答は作れるはずである。

「教員になろう」と思っているからには一つの現象について可能ないろんな方向から説明できるようであって欲しい。さらに言えば、生徒が「違う考え方」をしたときはそれを奨励して欲しい（科学をやるものにとっては「いろんな考え方を試す」のは重要だ！）。

なお、電磁誘導ではよく出題され、かつ高校生がよく誤解する問題があるので、それについても考えておこう。

★【問い 5-5】

前問の【問い 5-4】と同じ状況で、「下の図の端子 A と端子 B はどちらの電位が高いか？」というのは、高校生がよく間違える問題である。高校生が誤解しそうな点を予想して、その誤解が生じないように注意しつつ、どちらの電位が高くなるかを説明せよ。図に描き込んで説明してもよい。



前問で (イ) の方向、つまり時計回りの電流が流れていることがわかった。コイルの中で見るとこれは端子 A → 端子 B の方向である。高校生は「A → B と電流が流れているから A の方が電位が高い」と誤解しやすい。しかし、これにつけられた抵抗（電球）の方を見ると端子 B → 端子 A へと電流が流れている。コイルが起電力を作っているのだから、コイルは「電池」とみなすべきである。よって端子 B が電池の+極と考えるので、電位は B の方が高い。

— 補足 —

電磁誘導が起こっているときは ($\text{rot} \vec{E} \neq 0$ になっている領域があるので) 電位は定義できない、という人も中にはいる。確かに電位が定義できる条件は $\text{rot} \vec{E} = 0$ なので、磁場が時間変化しているときにはその条件は満たしていない。上の状況では磁場は時間変化してないのでその批判は当たらない。

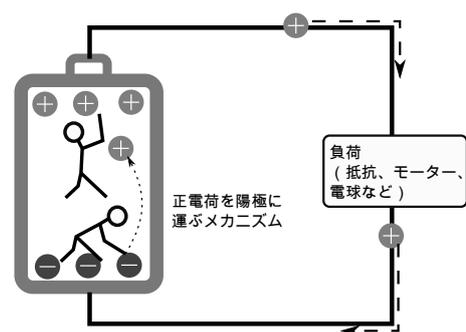
磁場が時間変化している場合でも、今考えている回路で言えば電球のあるあたりでは磁場が時間変化してないのならば、電球を経由しての「端子 A と端子 B の電位差」を考えるのは間違いではない。

起電力は「力」とついているが「力」ではなく、「電位差（電圧）を作り出す能力」という意味であり、起電力を測る単位はボルトである（作り出せた電圧の値そのものが起電力の値）。

電池は、陰極から陽極へと正電荷を送り込む（または、陽極から陰極へと負電荷を送り込む）能力がある（図では人

で示した）。その能力は化学反応で得られているので、中の物質の化学反応が終わってしまうと電池の起電力もなくなる。結果としてできる電位差が V ボルトであれば、「この電池は起電力 V ボルトである」と言う。

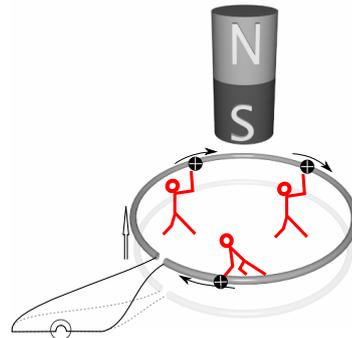
別の言い方をすれば、起電力とはその回路の中を単位試験電荷が一周する間に電池（もしくは発電機など）がその単位電荷に対してする仕事である（つまりそれだけ電荷にエネルギーが入ってくる）。



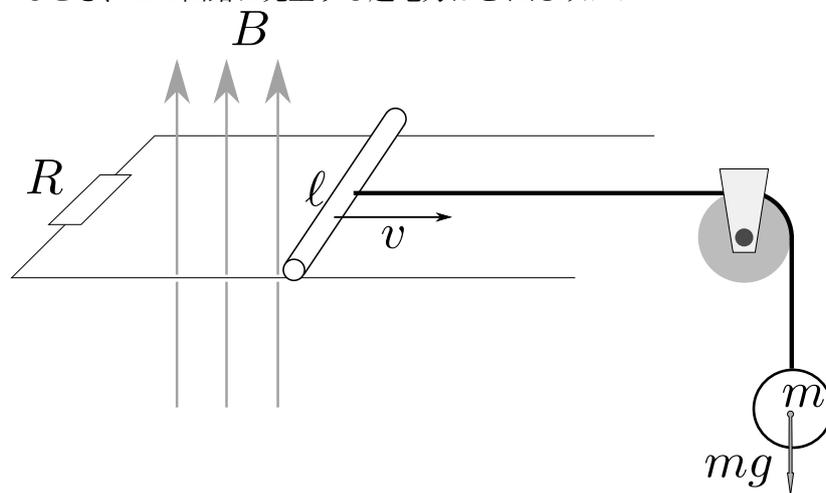
だから、上の図に示したように、電池の中では正電荷は「電位の低い方から高い方へ」と進む。負荷（抵抗や電球など）の場所では「電位の高い方から低い方へ」である。

電磁誘導が起こっているときは、その部分で電荷がなんらかの力（今の場合は磁場によるローレンツ力）で押されている（コイルの部分が「電池」の役割をしている）。その一周分の仕事が起電力となる。

では、電磁誘導とエネルギーがからむ、定番の問題を解いてみよう。



Q1: 一様な鉛直上向きの磁束密度 B の磁場のある場所に、抵抗 R をつないだ水平な導体レール（平行で間隔は l ）を作り、そこに導体棒を渡した。導体棒に質量 m のおもりを滑車を通じて水平な糸でつないで運動させた。抵抗 R 以外の電気抵抗と空気抵抗、摩擦は無視できるとする。等速運動になっているとき、この回路に発生する起電力はどれだけか？



複数の出し方がある。一つは磁束の時間変化 $\frac{d\Phi}{dt}$ で磁束密度 B が一定だから S の単位時間あたりの増加 lv を掛けて、 $V = Blv$ 。

もう一つは、先に説明したように「起電力」は「単位電荷が回路を一周するあいだにされる仕事」であり、このとき運動する導体棒の中にある単位電荷に働く力は（ローレンツ力の式 $f = qvB$ より） vB である。仕事にするには距離を掛けて、 vBl 。

そのまんま $V = Blv$ を「公式」として覚えている人もいるかもしれないが、こういうバックグラウンドは大事である。ここでも「電流はどちら向きに流れるか？」という問いは複数個の道筋で回答できるので、いろいろ考えてみよう。

Q2: 抵抗で発生する単位時間あたりのジュール熱は？

起電力 $V = Blv$ から電流 $I = \frac{Blv}{R}$ が求まり、これを掛算して $Q = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$ 。

Q3: 棒が等速運動しているとする。このジュール熱の分、何がエネルギーを失っているか？

運動エネルギーを考えてしまう人が多いのだが、等速運動しているのだから運動エネルギーは減っていない（増えてもいない）。

ここで減っているのは、質量 m のおもりの位置エネルギーで、単位時間あたり mgv ずつ減っている。よって、ジュール熱と位置エネルギーの減少が等しいという式

$$mgv = \frac{B^2 \ell^2 v^2}{R} \quad (5.4)$$

が出る。これを整理すると $mg = BI\ell$ という式になるが、これは棒に働く二つの力（重力と磁場による力）が釣り合っているという式である。

よくある質問

つりあっているならなんで動くんですか？

最初からずっとつりあったわけじゃない。棒が止まっている状態ではもちろんつりあってない（そのときは力は mg しかない）。動き出すと $B\ell v$ の力も出てきて、ある速度になると等速運動になる。最初どうだったかと考えると、今動いている理由もわかる。

こういうふうに考えていくと、一つの現象の中で電磁気学、電気回路、エネルギー保存につりあいと、いろんなことが入っていて、しかも絡み合っている。問題の解き方も一つではない。物理現象を考えたり教えたりするときは、そこを整理して考えて伝えていくことが大事。こういう、力学・電磁気が絡み合った現象を考えるときには、物理全体の理解、それも「繋がった理解」が必要である。

何度も言っているけど、「このときはこの公式」みたいな各個撃破をやっていると、ちっとも物理が面白くならない。

第6章 振動と波動

6.1 波とは何か

「波動」の分野はかなり生徒に嫌われることが多い。だが一方で音・光という身近な現象に引き寄せて語ることができるという点では、電磁気よりは親しみやすく教えることができるはずである。

では、波の何がそんなに難しいのかということを考えつつ、波動の基本について考えていこう。

振動が起こるための条件として重要なものが二つある。

復元力が働く どこかに「振動の中心」があって、その中心に戻そうとする力（復元力）が働いてないと振動は発生しない。たとえば振り子であれば「最下点」が「振動の中心」で、そこに戻すように重力がはたらく（正確には復元力は重力のうち糸に垂直な方向の分力）。

慣性がある 復元力が働いても、振動の中心で動きが止まってしまったらそこで運動は終わってしまう。中心に移動するときに速度を持って、その速度により「中心点を行き過ぎる」ことで振動が続く。

さらにその振動が「波」であるためには、

振動の状態が伝わる 空間のある場所で起こった振動が、時間的に遅れながら周囲に伝わっていく。

ことが必要である（一箇所で振動しているだけでは「波」とは呼ばない）。

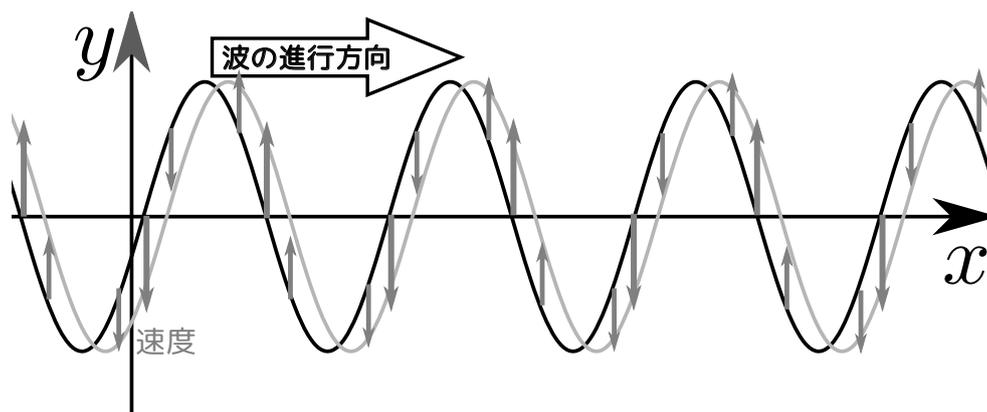
★【問い6-1】

以下の「波」では、どのような復元力が働いているか？

1. 水面の波
2. 音
3. 地震波
4. 電磁波（これは電磁気の知識もないとわからないので少し難しい）

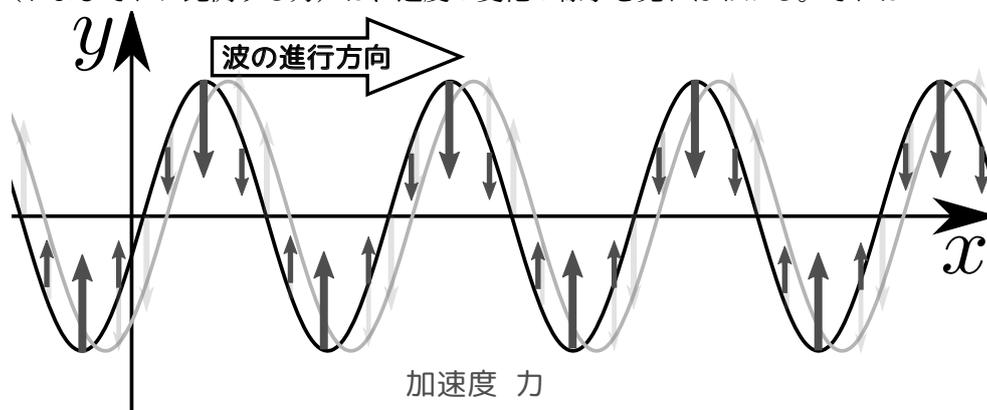
波の分野でよく見られる誤概念は「波の進行方向」を媒質の移動方向と誤解することである。たとえば音が私の口から貴方の耳に届くとき、「口」の空気が「耳」まで移動したわけではなく、振動という状態（音の場合でいえば空気の粗密の状態）が伝わっただけである。

波が進行しているときの各媒質の速度を図に示すと以下のようなになる。ここで x は場所を表す「座標」であり、 y は波の媒質がつりあいの位置に対してどの程度動いているかを表す「変位」である。



図の黒線が「波の現在位置」、灰色の線が「波のしばらく後の位置」なので、その「しばらく」の間はどう運動しているかを考えれば、速度の矢印が図のようになることは納得できる¹⁾。

加速度（およびそれに比例する力）は、速度の変化の様子を見ればわかる。それは



のようになる。図を見ると加速度および力は「中心より上にあると下向き、中心より下にあると上向き」となっている。これが「復元力」である。

波動のアニメーションが



<http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/OneDWave/index.html>

にある。

また、縦波のアニメーションは、



<http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/OneDWave/tatenami.html>

にある。

「縦波」は高校生が非常に理解しづらい現象の一つで、実際にどのように振動が起きているのかがなかなかイメージしづらいようである。

波のグラフとしては、上に書いた x - y グラフの他に、時間を横軸にした t - y グラフがある。 x - y グラフが「ある瞬間の波の形」を表したもの（いわばスナップショット）であるのに対し、 t - y のグラフの方は「ある一点の場所での時間的変化の様子」を表したもの（いわば履歴）である。この2つのグラフ

1) 素朴な間違いとして「波の進行方向が右だから、その場所にいる媒質も右に運動している」というものもよくある。実際には、進行方向と媒質の振動方向は一般には一致しない（縦波では方向は一致するが、向きは一致しない）。

については後でまた述べよう。

6.2 単振動と三角関数

波が嫌われる理由として「三角関数が出てきてややこしい」というのがある。実はこれは「単振動が嫌われる理由」でもある。単振動で三角関数が出てくるのはもちろん、振動が三角関数によって表わされるからである。振動および波に三角関数が登場する理由は、復元力の多くが「つりあい点からの変位に比例する」という性質（こうなっていれば復元力になっている）を持つからである。そのとき運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (6.1)$$

という形になる。あるいは

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (6.2)$$

であるが、この式を「 x は二階微分すると元の関数の負の定数倍に戻る」と読むと、「二階微分して元の負の定数倍に戻る関数といえば、三角関数である」と思いつけば、三角関数となることはわかる²⁾。

解は $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ として、

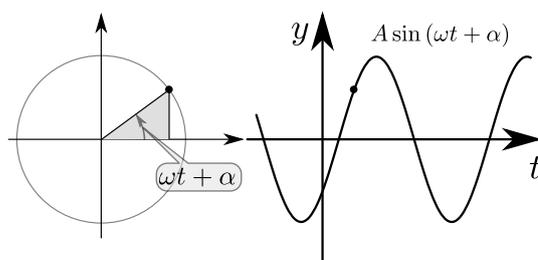
$$y = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (6.3)$$

$$= A \sin(\omega t + \alpha) \quad (6.4)$$

など、いろいろな表現方法がある。

ただし、この微分方程式を使った説明は慣れてない高校生には理解しにくいであろうから、教科書には「単振動は円運動の射影である」という説明がよくされている。

\sin と \cos は位相がずれただけで同じ関数であるので、以下は \sin だけで話をしよう。

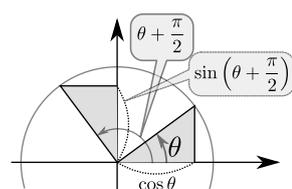


補足

$\sin A$ の A の部分を「位相」と呼ぶ。たとえば

$$\sin\left(A + \frac{\pi}{2}\right) = \cos A$$

という関係（他にもいろいろある。右のような図を描くと確認できる）があるので、「位相に $\frac{\pi}{2}$ を足せば \sin と \cos は入れ替わる」ということが言える。 \sin と \cos は平行移動を除いて同じ関数だと思ってい。



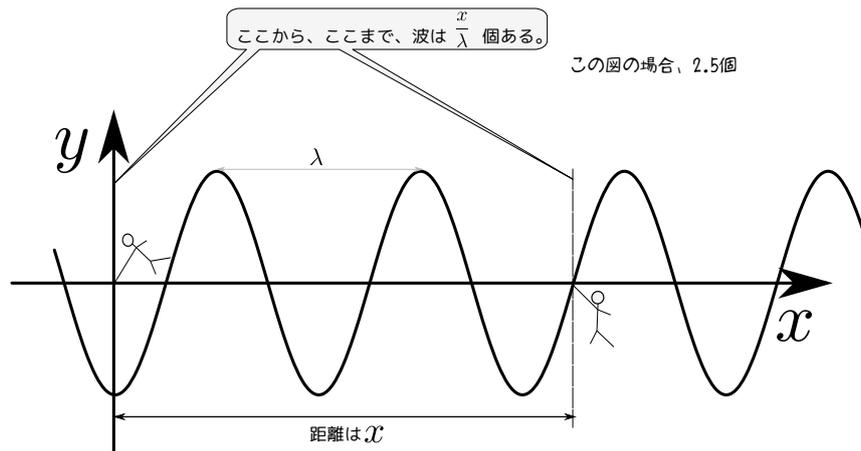
6.3 波の変位の式

波長が λ の波が x 軸上に行進しているとき、ある瞬間（ $t = 0$ とする）の波の変位の式を

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right) \quad (6.5)$$

と書くことができる。これを「公式だ〜」と暗記しようとしてはいけない。こういう式が出てくる背景も含めて考えておかないといけない。

2) ただし、これだけだと「三角関数以外にはないのか？」と心配になるかもしれない。線形な二階微分方程式の独立な解は二つしかないのだから、三角関数 \sin と \cos が出た時点で、それ以外の解を心配する必要はない。

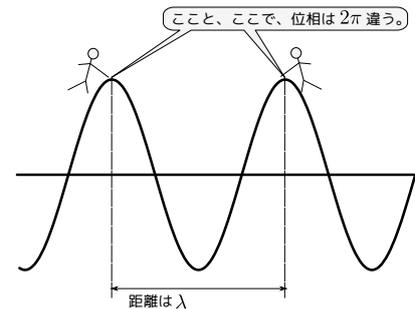


λ は「波一個の長さ」である。 x は「原点からの距離」だから、 $\frac{x}{\lambda}$ は「原点からここまでに入っている波の数」を表現している。

位相の中の $\frac{x}{\lambda}$ に 2π が掛かる理由は「波 1 個で位相変化 2π 」という関係があるからである。

今考えている状況では、「 x が λ 増加すると、 \sin の位相が 2π 増える」という関係になっているので、それを表現する式もそれを反映した形になっている。

ここで描いたグラフ、および使った式 $y = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right)$ は、「ある瞬間の波を表現する式」であって、波の時間的変化は表現できていない。そこで



時刻 $t = 0$ では $y = A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha\right)$ が成り立っていたとして、任意の時刻ではどんな式が成立するのか？

という問題を考えてみよう。

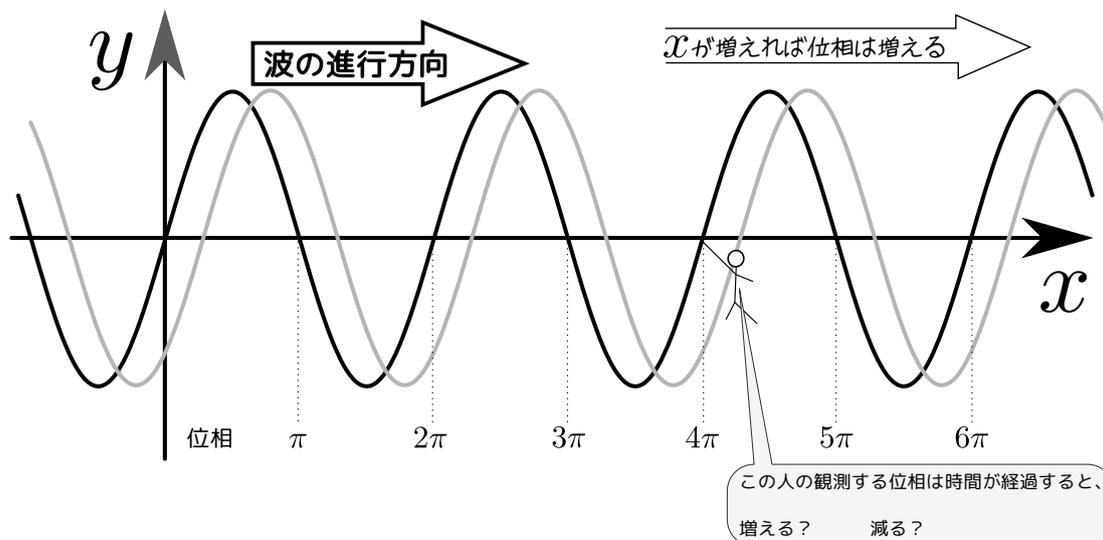
今度は時間の経過による位相変化だが、ここでも「波 1 個は位相変化 2π 」という関係がある。時間 t が周期 T だけ経過すると、 $\frac{t}{T}$ 個の波が出るから、 $\frac{2\pi t}{T}$ だけ位相が減少する。

ここで「なぜ減少する？」と疑問が湧く人は、以下の図を見よう。

波の位相に関するアニメーションが <http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/Phase/index.html>



にある。



よって式は

$$y = A \sin \left(2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) + \alpha \right) \quad (6.6)$$

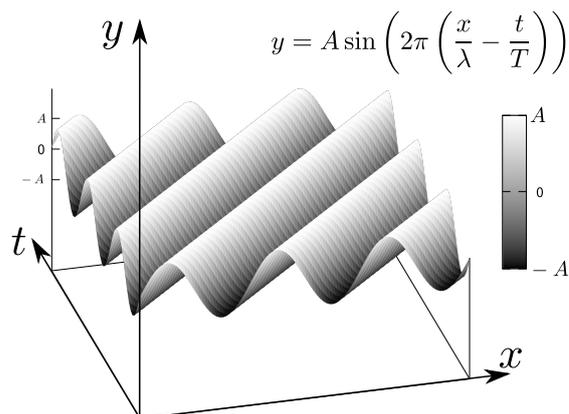
となる。

ここでもう一度強調しておく、こういうのを「公式だから覚えよう」と思っはいけない（自分で勉強するときもそうだが、特に教えるときにそんな教え方をしてはいけない）。式それぞれに意味があるのだから、その意味を考えて（できれば今やったように自分で導出して）「なるほどこういう方法で導くのか」を納得しよう。教える立場にいるものが、それができないようでは、教えるときに説得力がない。

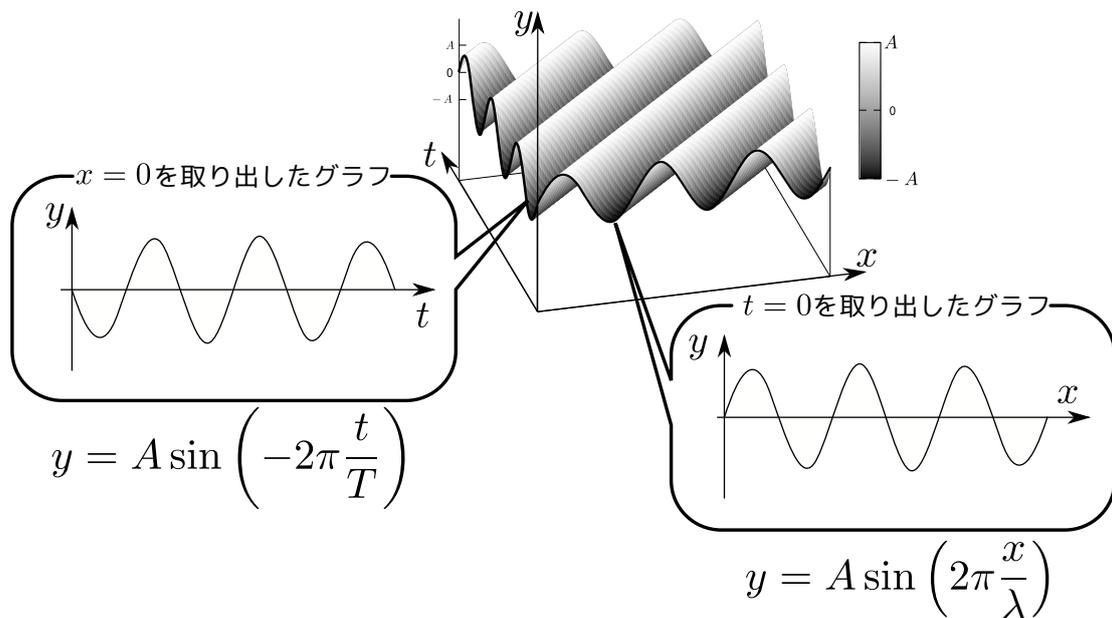
波の進行方向が逆（ x 軸の負の向き）であるときは、位相は時間が経つと増加するので、 $y = A \sin \left(2\pi \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} \right) + \alpha \right)$ になる。

実はこの波の式は「 x, t の二つの独立変数を決めると変位 y が決まる」という式であり、大学生の言葉でいえば「2 変数関数」である。ところが高校生は 2 変数関数には慣れていない。このあたりも高校生に波が嫌われる一因になっているのかもしれない。

2 変数関数なので、本当はグラフは (x, t, y) の 3 次元グラフにしなくてはならない。 $\alpha = 0$ にして 3 次元グラフを描くと右のようになる。



この 3 次元グラフから特定の時刻（図では $t = 0$ ）を切り出すと $x-y$ のグラフとなり、特定の場所（図では $x = 0$ ）を切り出すと $t-y$ のグラフとなる。



t - y グラフは x - y グラフと位相の増加の様子が逆である。これは式からもわかるのだが、図を見ながら「覚える」ではなく理解して、納得しよう。

この式(6.6)は

$$y = A \sin \left(2\pi \left(\frac{x - \frac{\lambda}{T}t}{\lambda} \right) + \alpha \right) \quad (6.7)$$

と書き直すことができる。 $\frac{\lambda}{T}$ が波の伝搬速度（もちろんこれもなぜこうなるのかを納得しなくてはならない。意味を考えれば納得できる式なのだから！）だから、

$$y = A \sin \left(2\pi \left(\frac{x - vt}{\lambda} \right) + \alpha \right) \quad (6.8)$$

と書くことができる。

(6.8) は、

関数 $y = f(x)$ を x 方向に a だけ平行移動すると $y = f(x - a)$ になる。

という数学の知識を思い出せば、

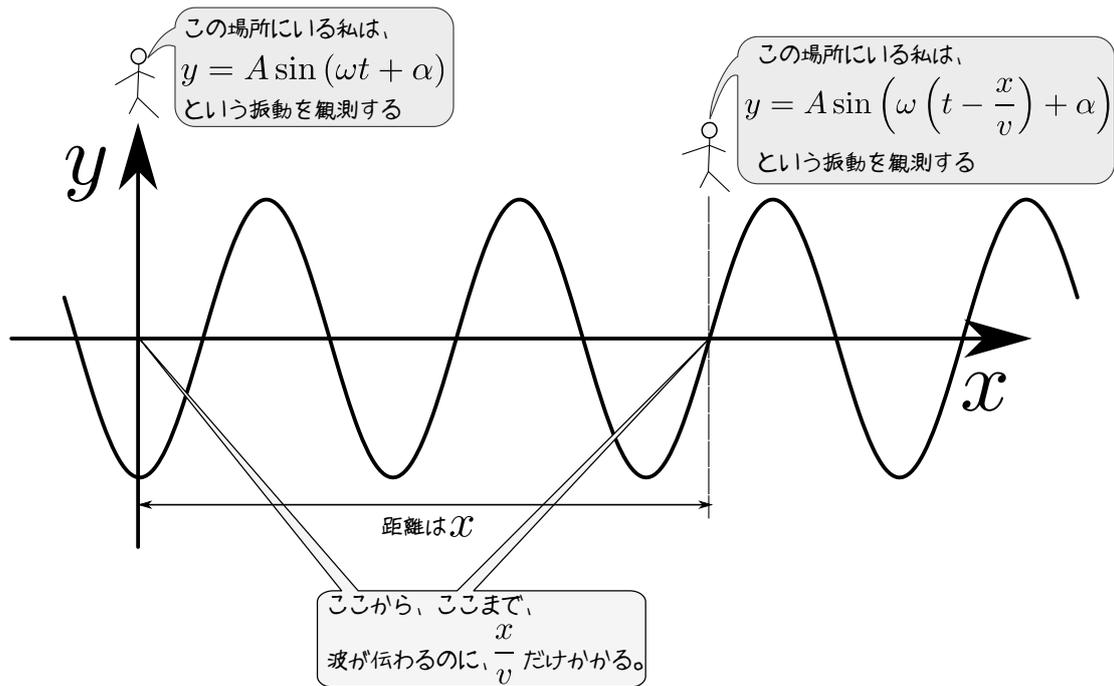
$y = A \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha \right)$ を x 方向に vt だけ平行移動した式が、

$$y = A \sin \left(\frac{2\pi(x - vt)}{\lambda} + \alpha \right) \quad (6.9)$$

である。

と考えて出すこともできる（いろいろなやり方を理解して、将来教えるときに使えるようにしよう）。

h 下の図のように考えても同じ式が出せる。考えてみよう。



$\omega = 2\pi T$ と代入してやると上の図から作られる式はほぼ(6.6)と同じになる。実は符号が逆になっているが、それは位相が π ずれているだけのことなので本質的に違いはない³⁾。

6.4 波の干渉

2つ以上の波が重なるときに何が起るか、というのも面白い現象である。

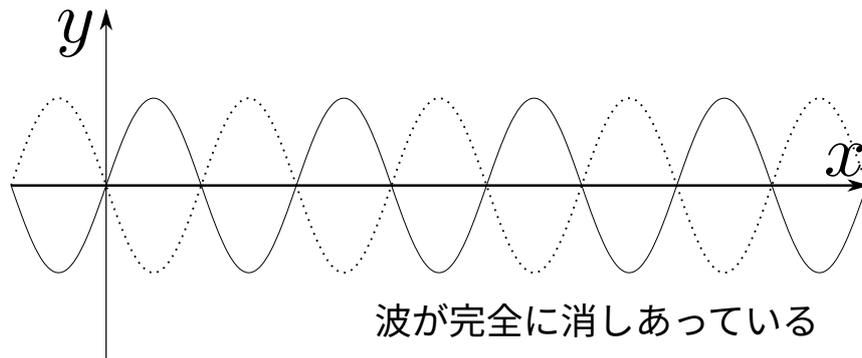
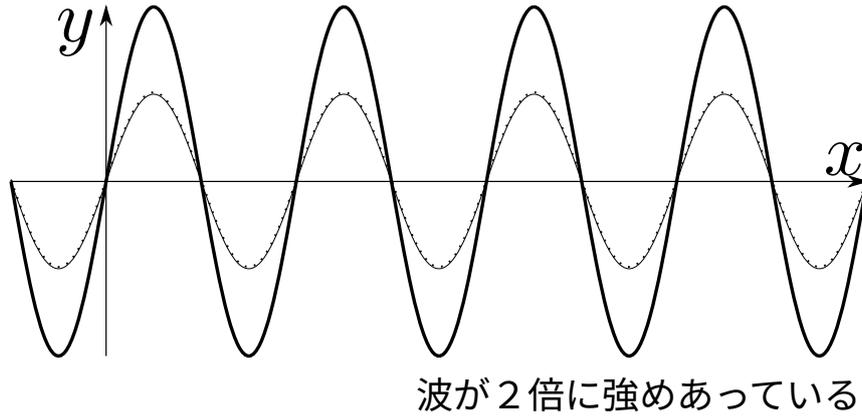
以下のようなインタラクティブアニメーションがあるので動かしてみしてほしい。

1. 波の重ね合わせ：<http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/KasaneAwase/index.html>
2. ヤングの実験：<http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/Young/index.html>



波の重ね合わせは、2つの三角関数の足し算で起こるので、

3) $\sin(\theta + \pi) = -\sin\theta$ という式がある (図を描けばすぐ出てくる) ので、「位相が π 違う」というのは「符号が逆」というのと同じこと。波の反射の話で「位相が π ずれる」という言葉がしばしば出てくるが「変位の符号が反転する」と言っているのと何も変わらない。



のように、

波の位相差が (偶数) $\times \pi$ のとき : 波が2倍に強め合う

波の位相差が (奇数) $\times \pi$ のとき : 波が弱め合う

ことがわかる。特にちょうど (奇数) $\times \pi$ のときは、波がきれいに消えてしまう。三角関数には、「位相がずれている \sin と \sin を足すと、また別の位相の \sin の定数倍になる」という性質がある (式で書くなれば以下のとおり)。

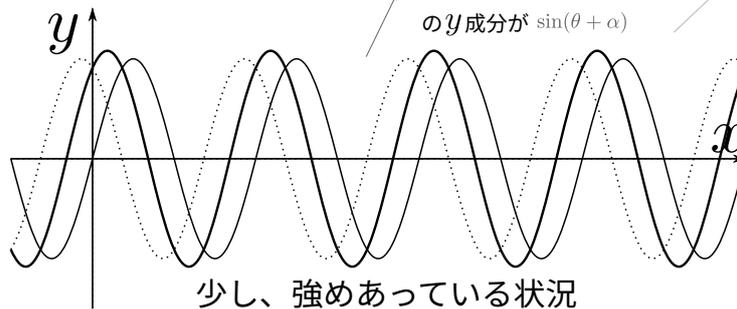
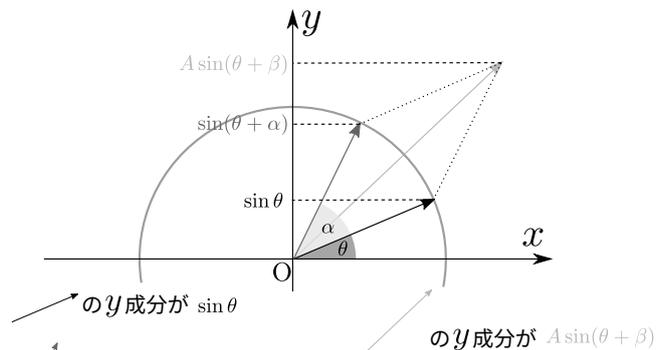
$$\sin \theta + \sin(\theta + \alpha) = A \sin(\theta + \beta) \tag{6.10}$$

ただし、 $A = 2 \cos \beta$ で、 $\beta = \frac{\alpha}{2}$ である (次の図を見るとわかりやすい)。

上の式は計算でも出せるが、右のように図を描いて考えた方がわかりやすいだろう。

この図の角度の α が「位相差」である。 α が (偶数) $\times \pi$ だとどうなるか、(奇数) $\times \pi$ だとどうなるかを見てみるとよい。

位相差がちょうど (整数) $\times \pi$ でないときは、ある程度消しあいある程度強めあうこともわかる。



波と波が出会って消えてしまうというのは、エネルギーが保存してないのでは??

ヤングの実験の方を見てもらうとわかるのだが、音が消し合うには条件が必要で、その条件を満たしてないところでは音は強めあう。ある場所では消し合うがある場所では強め合う、ということが起こるので、全体を見ればエネルギーは保存されている⁴⁾。

ノイズキャンセリングイヤホンというのがあって、これは外部からの雑音をイヤホンについているマイクで捉えて、ちょうどそれと逆の（位相が π ずれた）音をイヤホンに出す。すると人間の耳には周囲の音+イヤホンが出している逆位相の音が重なって聞こえるために雑音が消えてしまう、というわけである。これも全体としてのエネルギーは保存しているので、耳の雑音が消えている分、別の場所（つまりは外部）の雑音が増えている。

同様に外部からのノイズをカットする手段として、バスガイドなどが使うマイクがある。これは一本のマイクの表と裏に集音機能が取り付けられていて、そのマイクは「表の音」引く「裏の音」を（つまり、裏の音を位相を π ずらして重ね合わせて）アンプに送るようになっている。こうすることで、「表」から主に聞こえる「マイクを持った人」の声は消し合わず、周囲からの「表」と「裏」に同じぐらい聞こえる音は消されてしまうのである。

6.5 一瞬消えた波はなぜまた現れる？

教科書などにはよく、右のような図がある。山と谷、一つずつのパルス波が左右からやってきて、途中の時刻(C)で一旦消えるものの、波の独立性によりまた「復活？」して(D)に示したように「何事もなかったかのよう」に先へ進んでいく。

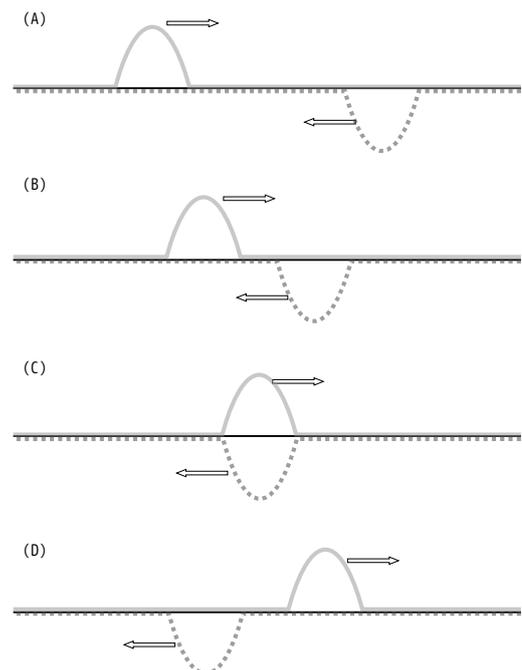
これを見た生徒は素朴な疑問として、

(C)の時点で一旦消えた（変位0になった）波が復活するのは何故？

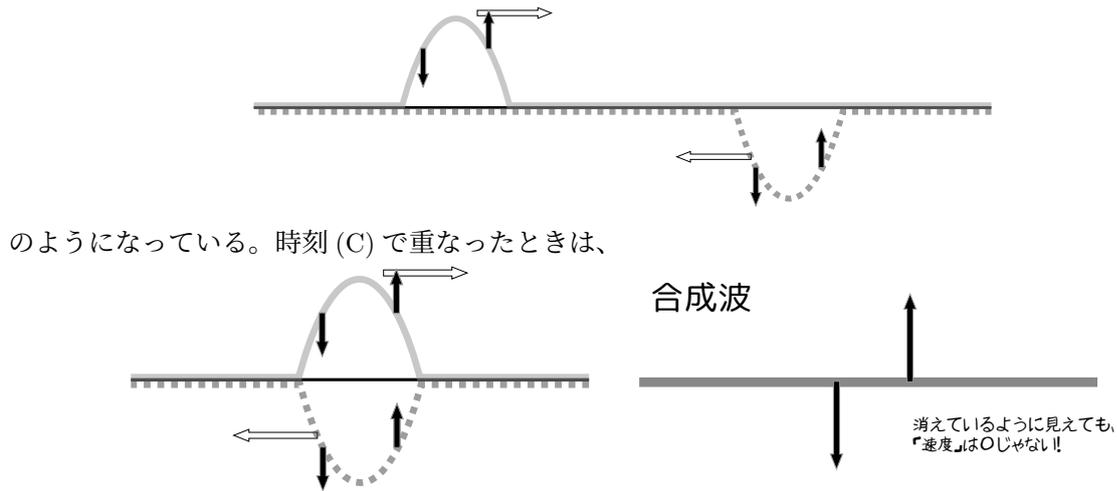
と考えるかもしれない。いかにもありそうな疑問だから、これに対する答えを持っていないてはいけないだろう。

この疑問に答えるには、波動という現象であれ、やはりそれは力学の支配するところなのだということを思い出す必要がある。あるいは、先に述べた波が起こる条件の一つ「慣性がある」に注意しなくてはならない。

このような疑問を持つ子は「初期位置だけでその後の運動が決まる」という誤概念を持っていることになる。ところが、力学のところではさんざんやったように、「初期位置と初速度でその後の運動が決まる」というのが正しいのである。よって、ここでも「媒質の速度」に注目する必要がある。たとえば(A)の時刻における媒質の速度を考えると、



4) 「エネルギー保存則は力学専用」という間違っただけの考え方を、「波だからエネルギーは保存しなくても別におかしくない」と思っちゃう人も結構いる。一つの法則がいろんな場面で使えることこそ物理の面白い（ありがたい）ところなので、このような誤解には注意したい。



のようになっている。時刻 (C) で重なったときは、

のように速度を持ち、変位は0でもその瞬間の速度は0ではない（だからこの後も波は続く）。「波が一瞬消えた状態」は「最初から波が起こってない状態」と、変位は同じでも初速度が違う状態なのである。

上のような「波のすれちがい」のアニメーションが、

<http://irobutsu.a.la9.jp/QMJS/FourierSP.html>



にある。

6.6 波の反射と透過

まずはアニメーションを見て波がどのように反射するかを実感してほしい。

- 波の反射と透過：<http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/HanshaTouka/index.html>



アニメーションの中でも説明があるが、固定端反射と自由端反射はそれぞれ、以下のような特徴を持つ反射である。

6.6.1 固定端反射

反射点 ($x = 0$) において合成波の変位が0になる（つまり、合成波が $x = 0$ の点では「固定」されている）場合の波の反射である。合成波は実際にこの場所で観測される波であり、入射波と反射波の重ねあわせでできている。数式で表現すると

$$\text{入射波} : y_{\lambda} = A \sin(kx - \omega t) \quad (6.11)$$

$$\text{反射波} : y_{\text{反}} = -A \sin(-kx - \omega t) = A \sin(-kx - \omega t + \pi) \quad (6.12)$$

となる。ここで、 k は波数で $(\frac{2\pi}{\text{波長}})$ 、 ω は角振動数で $(\frac{2\pi}{\text{周期}})$ である⁵⁾。このような式になっていると、 $x=0$ において $y_{\text{入}}+y_{\text{反}}=0$ になる。しばしば、「固定端反射では位相が π ずれる」と表現されるが、それは $x=0$ における波を、 $y_{\text{入}}=A\sin(-\omega t)$ と $y_{\text{反}}=A\sin(-\omega t+\pi)$ のように表現することができるからである。

6.6.2 自由端反射

自由端反射とは固定端とは逆に、反射点($x=0$)が「自由に」動くことができる場合の波の反射である。自由という名前がついているが反射波が何でもよいという意味で自由なのではない。

$$\text{入射波} : y_{\text{入}} = A \sin(kx - \omega t) \quad (6.13)$$

$$\text{反射波} : y_{\text{反}} = A \sin(-kx - \omega t) \quad (6.14)$$

のように、今度は位相がずれない、という形で反射する。こうすることで、 $x=0$ において

$$\frac{\partial}{\partial x} (y_{\text{入}} + y_{\text{反}}) = 0 \quad (6.15)$$

という条件が満たされる。この条件の意味するところは $x=0$ において合成波が平坦(傾き0)になれるということである。アニメーションで実際そうになっていることを確認しよう。

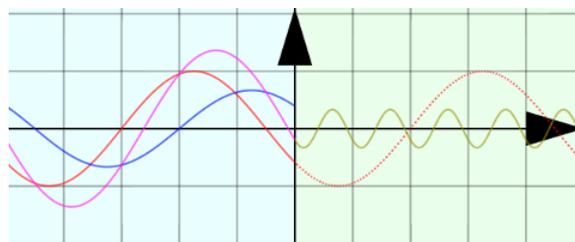
6.7 屈折率と反射の仕方

アニメーションで見せている波は、境界($x=0$)で跳ね返されるのではなく、内部にも進入し、透過波になる。透過波は元の波とは波長が変わっている。「屈折率」という数は、この波長の変化を説明する量である。 $x>0$ の領域と $x<0$ の領域で(たとえばその場所での波の媒質が違うなどの理由で)波長(波数)が変化する場合がある。境界($x=0$)を超えることで波長が $\frac{1}{n}$ になる場合(つまり、波数 k が n 倍になる場合)、「屈折率= n 」と表現する。つまり

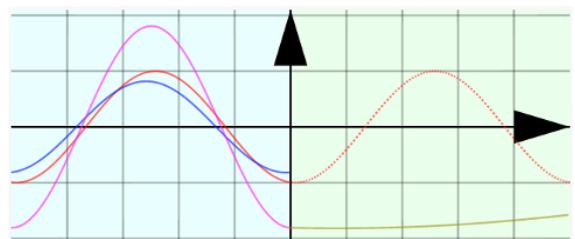
$$\text{屈折率 } n = \frac{\text{入射波の波長}}{\text{透過波の波長}} \quad (6.16)$$

である。ここで大事なことは入射波と透過波が境界 $x=0$ でつながっているだけではなく、その傾きもちゃんと接続されているということである。

$n > 1$ のときの波の様子：



$n > 1$ のときの波の様子：



5) 高校物理でよく使う書き方だと、入射波の式は $A \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$ となる。

屈折率 n が 1 より小さい時は「自由端」に近い形になっていることがわかるだろうか？—右側（透過後）では波長が長くなるのだから、左側（透過前）よりも平坦に近い波になり、これと接続されなくてはいけないから、自由端の場合に似た反射になるのである（屈折率 n が大きい時はこの逆で、固定端に似た反射になる）。動くグラフをじっくり見て、この感覚をつかんで欲しい。

式で表現しておく、屈折率 n の場合の波の式は、

$$\text{入射波} : y_{\text{入}} = A \sin(kx - \omega t) \quad (6.17)$$

$$\text{反射波} : y_{\text{反}} = A \frac{1-n}{1+n} \sin(-kx - \omega t) \quad (6.18)$$

$$\text{透過波} : y_{\text{透}} = A \frac{2}{1+n} \sin(nkx - \omega t) \quad (6.19)$$

である⁶⁾。これが確かに、

$$x = 0 \text{ において、 } y_{\text{入}} + y_{\text{反}} = y_{\text{透}}, \quad \frac{\partial}{\partial x}(y_{\text{入}} + y_{\text{反}}) = \frac{\partial}{\partial x} y_{\text{透}} \quad (6.20)$$

を満たしていることは簡単に確認できる。

ここで反射波の係数に $1-n$ が含まれているために屈折率 n が 1 より大きいかどうかで反射波の位相が π ずれるかずれないかが決まる。

★【問い 6-2】

$n = 1$ だと、波の反射はどうなるのだろうか？—固定端反射、それとも自由端反射？

ヒント：物理的考察が苦手な人は、上の式に $n = 1$ を代入すれば「あ、そっか」とわかるはず。

6.8 波の屈折

波の屈折を表現する原理としては「フェルマーの定理」と「ホイヘンスの原理」がある。高校物理などで説明されるのはホイヘンスの原理の方なので、そちらから説明しよう。

6.8.1 ホイヘンスの原理

- 波の屈折：<http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/Kussetsu/index.html>

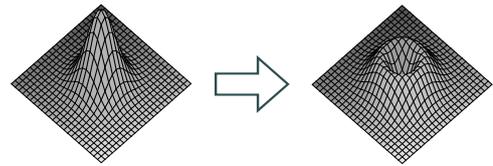


に、アニメーションによる説明があるので、見ておいて欲しい。

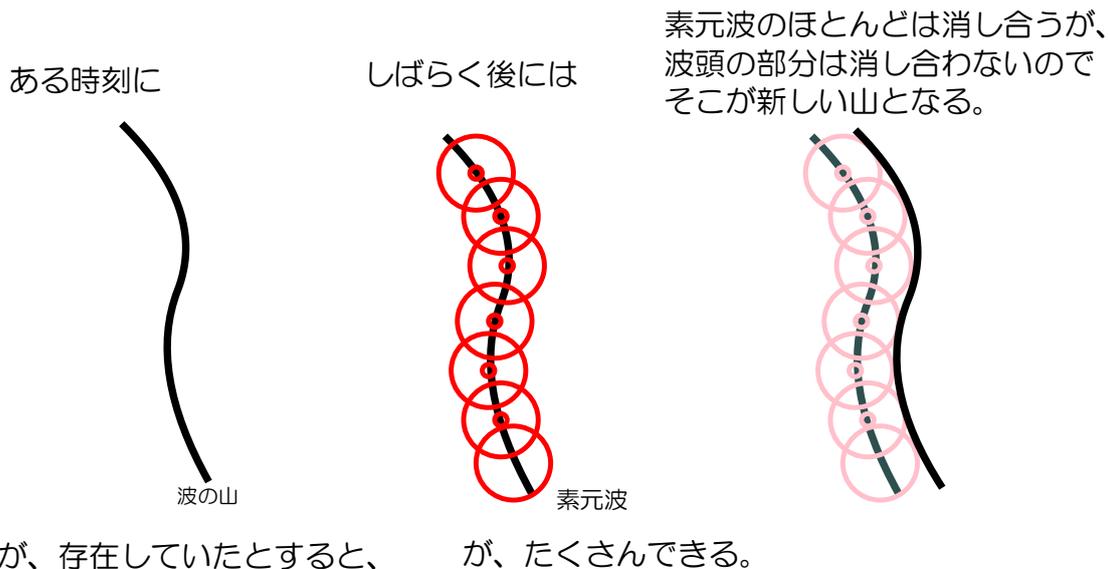
2次元以上の波動の進行については、ホイヘンスの原理と呼ばれる考え方で、進行の様子をおおざっぱに予測することができる。「原理」という名前の割には、厳密な公式に乗っ取った計算方法ではなく、おおざっぱに理解できるだけであり、不備も多いが、波の進行の様子を理解するには有用である。

6) 高校物理でよく使う書き方だと、透過波の式は $A \sin\left(2\pi\left(\frac{nx}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$ となる。入射波の式 $A \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$ と見比べると、透過波の波長は $\frac{\lambda}{n}$ になっているということである。

ホイヘンスの原理の考え方の基本は、重ね合わせの原理である。2次元の波で説明しよう。水面をイメージして、水面のある一点が山になっていたとする。水面にも復元力があるので（その原因は重力と表面張力である）、この山は崩れる。崩れた分、周囲の水面が上がっていくので、上から見ると円形に波が広がっていくことになる。このように点状の山から出る円形（3次元で考える時は球形）の波を「素元波」と呼ぶことにする。



この素元波の集まりで、一般の形をした波が構成されているというのがホイヘンスの考え方である。

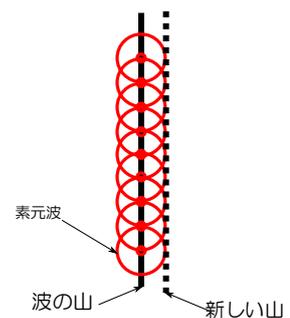


ホイヘンスの原理には「波が進む方向を特定できない」という弱点がある。図だけ見ていると、古い波の山の左側にも新しい波ができて良さそうであるが、そうはならない。これはホイヘンスの原理が「波の媒質の現在の変位」を元に「次の状態」を予想する原理であり、「波の媒質の現在の速度」を全く考慮していないからである（本来、ニュートン力学では「初期値」と「初速度」がわからないと次の状態を完璧に予言することはできない⁷⁾）。

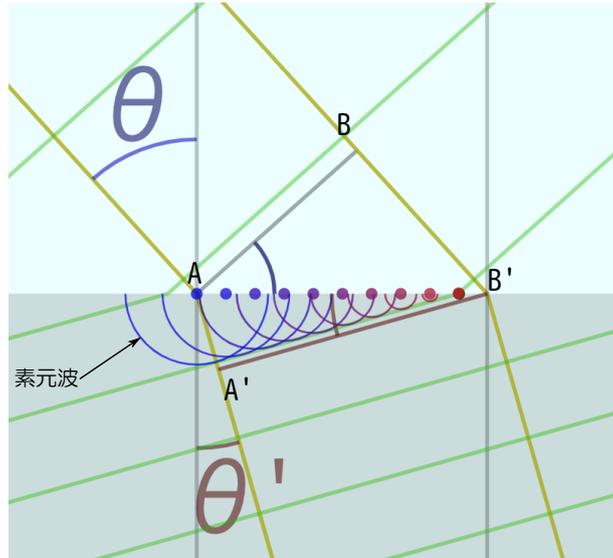
それでも、波の進行をある程度は理解できる。たとえば波は「波面と垂直な方向に進む」と考えることができるが、それは以下のように考えることができる（2次元で考える）。

上の図のようにホイヘンスの原理を適用するとき最初の「波の山」が直線であったとして図を描けば、「新しい山」が直線になるのみならず、その進行方向が「山の線（波面）」と垂直になることが納得できる。

ホイヘンスの原理が威力を発揮するのは屈折が起こるときで、境界面上と下で波の波長が変化するときである（前に考えた入射波と透過波の場合と同様であるが、今度は波が2次的に進んでいるところが違う）。境界面で振動がつながることを考えると振動数は変化できないから、このとき波の伝わる速度 $v = f\lambda$ も同時に変化している。右の図のような場合だと「下の方が波が遅い」ということになる。



7) 波の重ね合わせのところでも説明した通りである。



このとき、境界面のところで起こった素元波は、中に入ると図のような波面を作る。図で境界面上を進行する波が $B \rightarrow B'$ と進む間に、すでに境界面の下に入った波は $A \rightarrow A'$ まで進む ($\frac{1}{n}$ 倍の距離しか進めない)。これが波を「曲げる」ことになる⁸⁾。

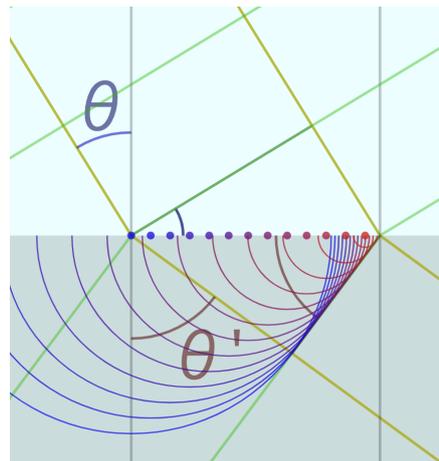
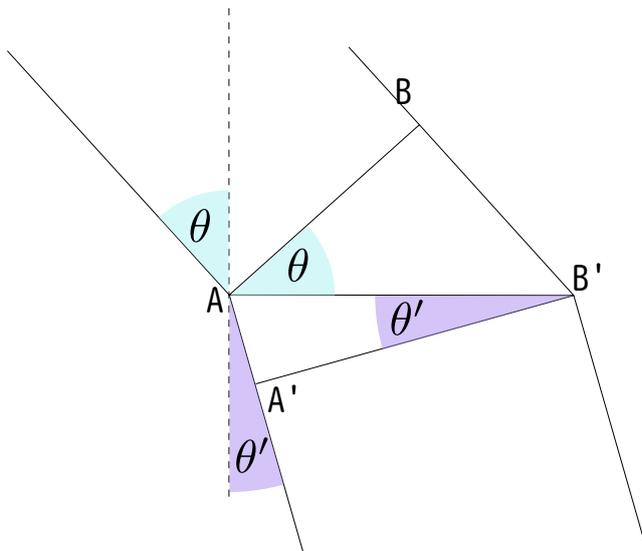
なお、下の領域の方が波の伝わる速さが速い場合 (つまり屈折率 n が 1 より大きい場合) は、右の図のように逆向きに曲がることになる。当然、 $n = 1$ なら曲がらない (境界面を何もなかったかのように素通りする)。

どちらの場合でも、 $\overline{AA'}$ が $\overline{BB'}$ の $\frac{1}{n}$ 倍になるというのが曲がる角度を決める法則である。

下の図に示すように、

$$\overline{AA'} : \overline{BB'} = \sin \theta' : \sin \theta \quad (6.21)$$

なので、屈折の法則は



$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = n \quad (6.22)$$

となる。

何度も同じことを書いているような気もするが、こういうのを「公式だから覚えましょう」という勉強をしてはいけなし、させてはいけない。「波の速度が境界面の上下で変化するから曲がる」という物理現象と結びつけて式を理解させていくことが重要である。

8) イメージとしては、A が車の右の車輪、B が車の左の車輪で、右の車輪にだけブレーキが掛けられたらどうなるかを思い浮かべれば「曲がる!」と実感できるのではなからうか。

6.8.2 フェルマーの定理

屈折の径路はフェルマーの原理によっても計算することができる。

フェルマーの原理は「光は最短時間で到達できる距離を通ろうとする」と表現される。図のA地点からB地点へ向かう光を考える。AからBにまっすぐ進む線（図の点線）は距離は最短に見えるが、光が遅くしか進めない水中の距離が長いので、決して「最短時間」ではない。では水中の距離が短い径路ならいいかというのと、図の一点鎖線のような径路だと、空気中の距離が長くなりすぎて不利である。

結局、この両極端間のどこか（どこになるかは空気中と水中の速度の比によって決まる）に最短時間で光が到着できる場所がある。それが実現する光の径路となる。

では、それがどこかを計算してみよう。図のようにA地点、B地点の位置と、光が屈折する点での入射角と屈折角を設定すると、Aから光が入る場所までの距離は $\sqrt{h^2 + x^2}$ 、そこからBまでの距離は $\sqrt{h^2 + (L-x)^2}$ である。空気中と水中での光の波数を k_1, k_2 とし、どちらにおいても角振動数が ω だとすると、それぞれの場所での光の速度は $\frac{\omega}{k_1}, \frac{\omega}{k_2}$ であるから、AからBまでに光が進むのに必要な時間は

$$\frac{k_1}{\omega} \sqrt{h^2 + x^2} + \frac{k_2}{\omega} \sqrt{h^2 + (L-x)^2} \quad (6.23)$$

である。これが最小である時を求めればよいのだが、二つの項において ω は共通だから、

$$k_1 \sqrt{h^2 + x^2} + k_2 \sqrt{h^2 + (L-x)^2} \quad (6.24)$$

を計算しても結果は一緒である。この量は距離に波数をかけて足し算したものだから、A点とB点の位相差となる。フェルマーの原理は「位相差が最小となる径路を光が通る」と言い直しても良い。

位相差が最小である時の x を求めるために、これを x で微分して0とおくと、

$$k_1 \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}} - k_2 \frac{L-x}{\sqrt{h^2 + (L-x)^2}} = 0$$

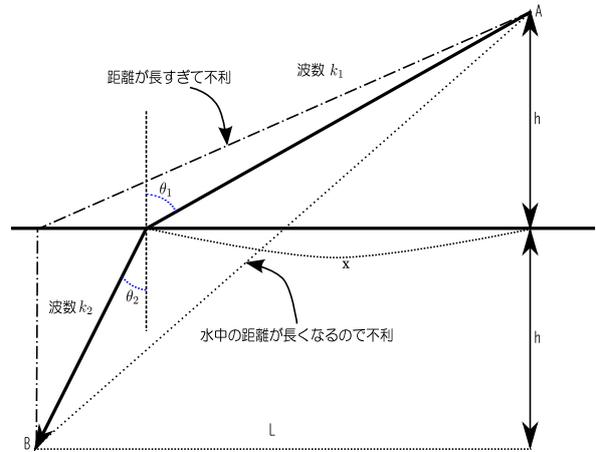
$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=\sin \theta_1} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{=\sin \theta_2} \quad \frac{\sin \theta_1}{k_2} = \frac{\sin \theta_2}{k_1}$$

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2 \quad (6.25)$$

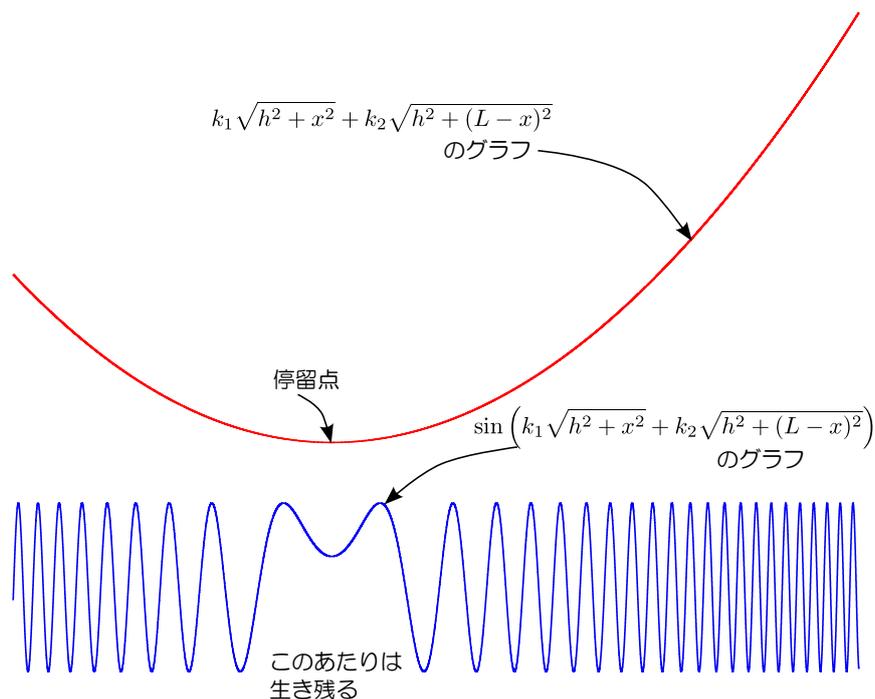
という条件が出る。 k_1 と k_2 の比が n なので、これは、前に求めた屈折の法則である。

ではなぜ光は最小位相差の径路を通るのだろうか？—実は重要なのは「最小」ではなく、「最小」であるところは「微分が0」すなわち位相変化が小さくなっている事である。素元波の考え方からすれば、光（一般に波）は、ありとあらゆる方向に進むのであるが、その素元波を足し算して重ね合わせしていった結果、干渉によって消されることなく残る部分は、足し算される時に似たような位相の光が重なるところである。これがすなわち、位相変化が小さい（すなわち、位相が極値⁹⁾を取る）径路が「選ばれる」理由なのである。

9) 「微分して0」が大事なので、位相が最小値を取らなくてもよい。つまり最大値でもいいし、単に停留値であってもよい。



次の図は、水中に入る場所と、その時の位相、およびその位相から計算される \sin の値のグラフである。



位相 $k_1\sqrt{h^2+x^2} + k_2\sqrt{h^2+(L-x)^2}$ が最小値（停留値）となる場所では波の振動が比較的少なくなっていて、重ね合わされた結果このあたりは残る。一方、位相変化が大きいところでは激しく振動していて、そのあたりの足し算はほぼ0となってしまう、最終結果には影響しなくなってしまう。

ホイヘンスの原理とフェルマーの原理は以上のように結びついている。

6.9 レンズの働き

屈折の問題の具体例として、レンズがある。以下のような問題を考えてみよう。

凸レンズで太陽光を一点に集めて黒い紙に火をつける、という実験をやったことがある人は多いと思う。同じことを蛍光灯でやってみたらどうなるんだろう？

1. やはり光は一点に集まり、熱くなる。
2. 光は一点に集まるものの、太陽光のときほど熱くはならない。
3. 光は一点に集まらず、光が蛍光灯の形になる。

解答は次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

聞いてみると2.と答える人が多いのだが、これは「凸レンズは光を一点に集める」という言葉を文字通りに解釈してしまっているという一つの誤概念である。実は凸レンズを通った光が一点に集まるのは、(もちろんレンズは理想的なレンズであるとして)凸レンズを通る前の光が

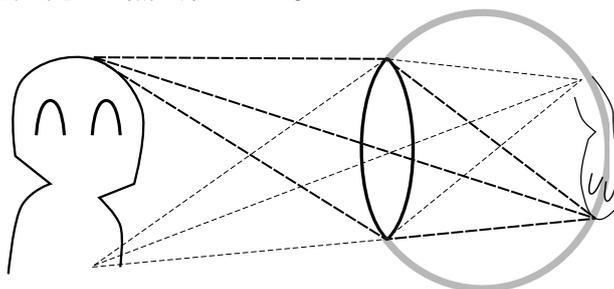
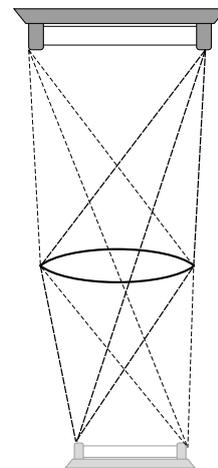
1. 平行光線であった場合
2. 一点から発した光であった場合

だけである¹⁰⁾。1.の場合の光の集まる点が「焦点」である。

蛍光灯の場合、一点から発したわけではない光が下の図のように進んで像を作るので、「一点に集まらず蛍光灯の形になる」のが正しい。

これはやってみればすぐにわかることである。ところが意外とやってみたことがない子(およびやってみたことがないまま大学生になっちゃった子)が多い¹¹⁾。

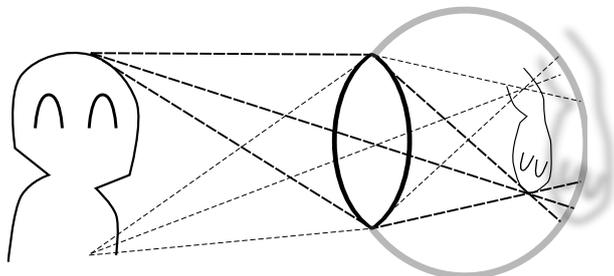
ところで、これは人間が(というか、動物が)「物を見る」ためのメカニズムそのものである。人間が物を見て「あっ、あそこに〇〇がある」と判断するためには、やってきた光が「どこから来たか」を判断できなくてはいけない。ただ光を感じるだけではだめである。人間の目にもレンズにあたるものがあり、そのレンズが光を集めることで「光がこの方向からやってきた」ということを判断できるのである。人間の目のレンズが正しく働いていれば、一点から出た光は一点に集まる¹²⁾。



レンズの問題も生徒に嫌われることが多く、また「とにかく公式だけ覚えておこう」という姿勢で勉強してしまいがちな分野である。現象と結びつけた理解を目指そう。

たとえば近眼の人はどうして遠くを見るとぼやけるのかは、以下のような図を書いてやると理解できる¹³⁾。

まず、近眼の人が遠くを見て、像がぼやけてしまっているときの図。



レンズが光を曲げすぎた結果、実像が網膜より前にできてしまっていて、網膜の部分ではぼやけた像に

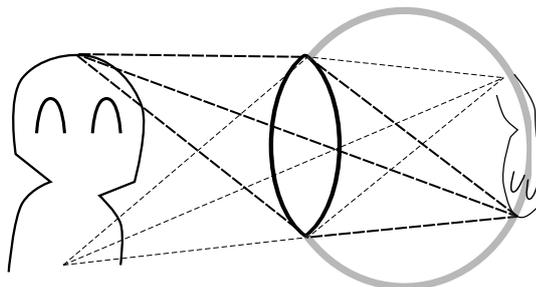
10) 平行光線を「無限遠の一点から発した光」と考えれば、前者は後者に含まれる。

11) 実際のところ「なんでもやってみる」のは理科の基本だと思う。だから生徒児童が「なんでもやってみよう」という姿勢でいるときは、危険がない限りは止めない方がよい。

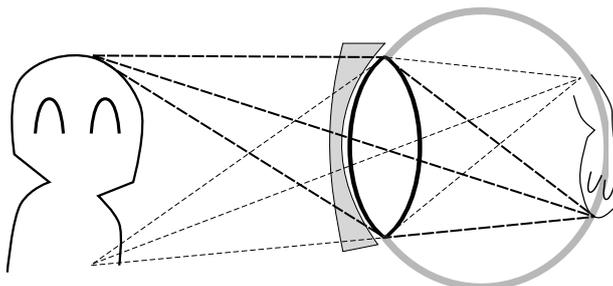
12) それがうまくできなくて、光を集めきれないがゆえに像がぼやける、というのが近視や乱視という症状である。

13) こういう話をするとき近眼の子を揶揄するような口調にならないよう、注意。

なる（いわゆる「ピンぼけ」である）。人間の目はレンズに当たる部分の厚さを変えることでピント調節を行なうのだが、その限界を超えてしまうとこの状態になる。ピンぼけでなくするには、物体が近づく



か、レンズが光を曲げすぎないように凹レンズを目の前につける（つまりメガネを掛ける）。



なお、実際にはレンズの出入りごとに屈折するので光の進路はもっと複雑だが、あまり複雑な図を描いても理解しにくいので、単純な絵にしている。

レンズがどのように「像」を作るかを表すアプリが

• <http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/Lense/index.html>



にある。

6.10 回折

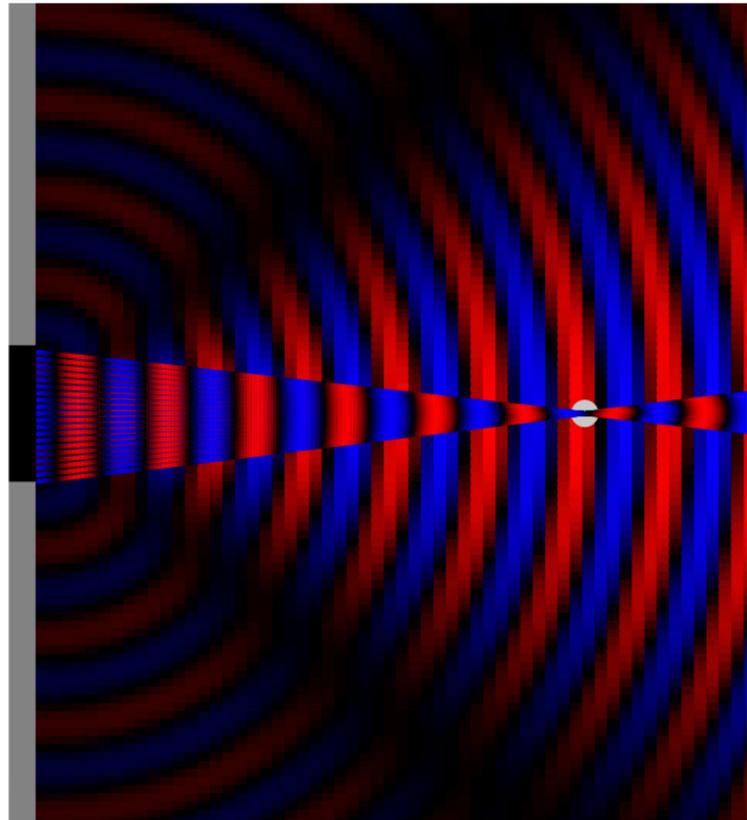
回折とは、波が隙間（スリット）を通り抜けたときに広がる現象のことである。しかし、波の代表例である「光」はふだんあまり回折現象を見せることはない（光は直進し、物体の背後に回り込んだりしない）。しかしもうひとつの代表例である「音」はかなり回折する。その違いは何にあるかという、波の波長と、スリットの間隔の比である。

具体的に言うと、波長がスリット間隔程度の長いものであったときは回折がよく起こり、波長がスリット間隔に比べて短いものであったときはあまり回折しない。そのあたりを下のアプリでまず確かめよう。

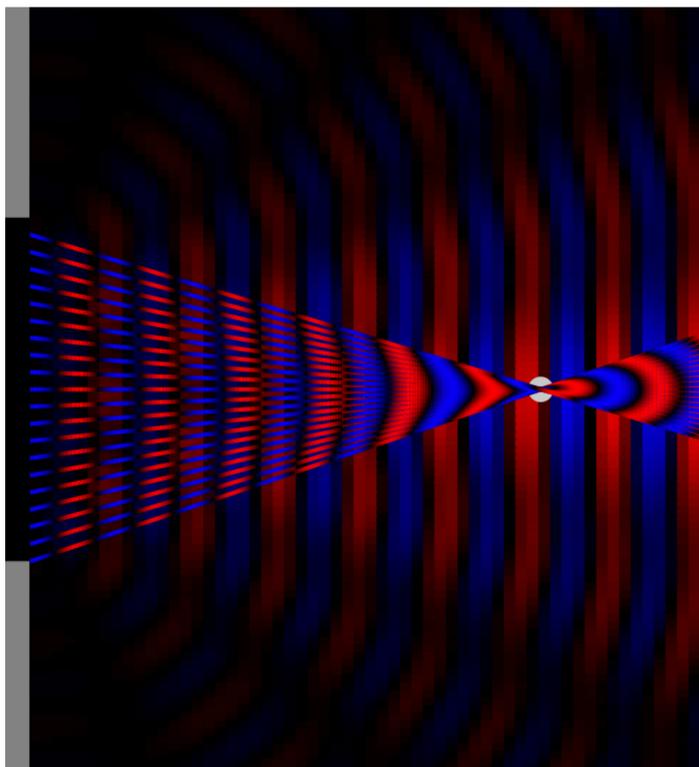


- <http://irobutsu.a.la9.jp/movingtext/tanslit/index.html>

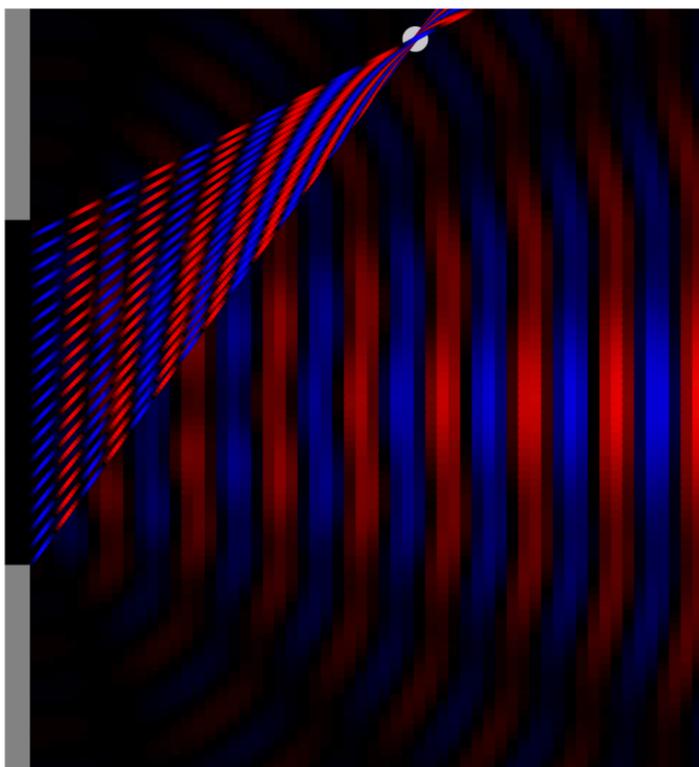
回折がどのように起こるかはある程度、ホイヘンスの原理と干渉で考えることができる。スリットの部分をホイヘンスの原理における素元波の波源と考えるのである。このあたりもアプリでスリット幅を変えて実感して欲しいが、



細いスリットは波源の並びが短く、



広いスリットは波源の並びが長い。



波長に比べて広いスリットの場合、のよ
うに、光の進行方向から離れた場所には、素元波の波源からいろいろな位相の波（山谷山谷山谷…）が同時に到着する。これによって波が消し合うのである。

スリットが細いと素元波の距離の差が短くなるので消し合いが起りにくくなり、波が広がる。このあたりはアニメーションで納得しよう。教科書などでは「スリットの幅が波長程度のときよく回折する」のように結果だけで済ませている場合も多いが、このような理屈を（図解ででもいいから）納得しておく（させる）ことが大事である。

第7章 原子物理

7.1 原子物理は何のため？

高校物理における「原子物理」は一時期選択科目になっていたこともあり、教科書の一番最後にあるので馴染みが薄い（進学校でないところまでやってない学校もある）かもしれない。

高校物理の範囲に入っている「原子物理」はだいたい以下のようなものである。

1. 光の粒子性
 - (a) 光電効果
 - (b) コンプトン効果
2. 物質の波動性
 - (a) 物質波
 - (b) ボーアの量子条件
3. 原子核物理
 - (a) 放射線
 - (b) 核エネルギー

いったい、この単元は何のためにあるのだろうか？—その答えとなりそうなことを挙げてみよう。

力学・電磁気・波動の応用として これら、これまで習ってきた単元の成果を使って「これまでは考えてなかった問題」を考える、というある意味「材料の提供」として原子の問題がある。たとえば陰極線内を飛ぶ電子の問題は、力学（電子の運動方程式）と、クーロン力やローレンツ力という、電磁気で学習した力を両方使って解くべき問題である。X線によるブラッグ反射などの現象は、波動の回折・干渉の応用問題だとも言える。

現代物理の柱である量子力学の紹介として 大学等に進めば現代の物理学や物理を応用した工学を勉強していくことになるから、その前にある程度量子力学的な現象について知っておく。

以下で、原子物理の学習がこれまでの力学・電磁気・波動の復習となることと、新しい物理を教える分野であることを解説していこう。

7.2 光電効果の物理

光電効果は「金属に光を当てると電子が飛び出す」という現象である。光が与えるエネルギー E と、電子が外に出るときに消費されるエネルギー W （仕事関数¹⁾と呼ばれる）、および電子が飛び出した後の運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ との間に

$$\frac{1}{2}mv^2 = E - W \quad (7.1)$$

1) W が「仕事関数」なのは、「この分だけエネルギーが減る」という意味で力学での仕事そのものだからである。電子が外に出るときに周りがある邪魔物を押しわけ、そのときに仕事をしている—というイメージでとらえるとよい。

という関係がある、というあたりは、まさに力学でのエネルギーの考え方そのものであり、「力学の応用」としての原子物理の側面である。

もちろん、新しい物理もある。以下のことが実験からわかっている。

1. 振動数のある程度高い光なら弱い（暗い）光でもすぐに電子は出る。
2. 振動数が低い光は、いくらあてても電子は出ない。
3. 飛び出してくる電子のエネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ は光の強さとは無関係である。

以上の性質が、光電効果が単なる力学的・電磁気学的な現象ではないことを示している。新しいことを学ぶ（教える）ときは「どこまでが既習事項と同じでどこからが違うのか」を明確にしないといけない。教師が同じ部分を強調し忘れると生徒に「覚えることが増えた」という印象を持たせる²⁾し、「どこから違うか」を強調し忘れると、適用範囲外の法則を使ってしまうことになる。

光電効果という現象において大事なことは、光を波と考えた場合と粒子と考えた場合で、そのエネルギーが金属に与えられるときに連続的に与えられるのか、不連続な塊で与えられるのかという大きな違いがあることである。光のエネルギーが金属全部に広がった波の形でやってくるとすると、ある程度の時間がたった後でなければ電子は飛び出さないことが計算してみるとわかる。しかし実験は、ただちに電子が飛び出すという結果をみせている。光を波だと（連続的に広がった状態で金属にやってくるものだと）考えるならば、金属の中に、（どんなものなのか想像もつかないが）「広がってやってきた光のエネルギーをかきあつめて電子一個に与えるメカニズム」があることになる。もちろんそんなものはない。光電効果は、光が「光子」というエネルギーの塊として降ってきていることを示しているのである。

アインシュタインは光が「光量子」(light quantum)（のちに名前は「光子」(photon) に変わった）という粒で出来ているとする「光量子仮説」をと考えた(1905年)が、その証拠の一つとして光電効果がこれで説明できる、と述べている。

その光のエネルギーがプランク定数に振動数を掛けたものだとすると、 $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W$ という式が成立する。1916年にミリカンがこの式を実験的に確認し、この仮説が正しいと実証することになる。

そのミリカンですら「光量子仮説は筋が通らないように思える」という言葉を残している!—「光は粒子だ」と認めることがどれほど難しかったのがわかるエピソードである。

なお「光を当てると電子が出る」の反対で「電子を走らせる（つまり電流を流す）と光が出る」装置としてLED（発光ダイオード）がある。電圧 V を掛けた発光ダイオード内の電子には最大で一個あたり eV のエネルギーが与えられるが、このエネルギーが光のエネルギー $h\nu$ になる。 $h\nu < eV$ のときに光が発生する。つまり、LEDはある程度以上の電圧を掛けないと光らない（光電効果がある程度以上の振動数の光をあてないと起こらないことの、逆の現象）。

今の高校物理の教科書には、この現象を使ってプランク定数を求める（ e は知っているとして、 V と ν を測れば上の式からわかる）という実験が載っている。

光電効果や次のコンプトン効果を教える過程で、「古典力学では説明できない現象がある」という概念をどのように伝えていくかが問題になるだろう。

2) 不経済であるし、「物理を勉強すること＝公式を暗記すること」というよくない傾向を助長する。

7.3 コンプトン効果

光の粒子性、特にその運動量が $\frac{h}{\lambda}$ であることをもっと直接的に示す現象としてコンプトン効果がある。この実験では電子に X 線を照射し、はねかえってきた X 線の波長を測定する。すると、X 線の波長は少し長くなっている。

コンプトンは入射 X 線の波長 λ とはねかえってくる X 線の波長 λ' 、そして X 線が散乱される角度 θ の間に、

$$\lambda' - \lambda = 2.4 \times 10^{-12} \text{m} \times (1 - \cos \theta)$$

という関係があることを実験で示した。このような関係式が出てくる理由を「光が光子であり、エネルギーが $h\nu$ で、運動量が $\frac{h}{\lambda}$ であるからだ」と考えることができる。このことを以下で示そう。

目標であるコンプトンの式は波長で書かれているので（振動数は $\nu = \frac{c}{\lambda}$ であることを使って）、以下では、エネルギーを $\frac{hc}{\lambda}$ と書いていく。

静止していた電子（質量 m ）に振動数 ν の光（実験では X 線）があたり、これが振動数 ν' で、元の方向と角度 θ だけ違う角度に散乱されたとしよう。電子はこの時、この光と同一平面内で、最初の光の進行方向に対し角度 ϕ 、速さ v （光速 c に比べ小さいとする）で飛び出すとする。

運動量保存則をベクトルで表わすと右の図のようになる。
 $\frac{h}{\lambda}$ という運動量を持った光が電子に運動量 mv を与えて自身の運動量が $\frac{h}{\lambda'}$ に変化している。このベクトル図で表される関係が常に成立することは、光が $\frac{h}{\lambda}$ という運動量をもった一つの塊として電子にぶつかっていると考えなくては説明がつかない。エネルギー $\frac{hc}{\lambda}$ を持った光が電子に運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ をあたえ、自身のエネルギーが $\frac{hc}{\lambda'}$ に減ったと考えれば、エネルギー保存則は

$$\frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}mv^2 \quad (7.2)$$

である。一方、運動量保存則をしめす三角形の図に対して余弦定理を使うと、

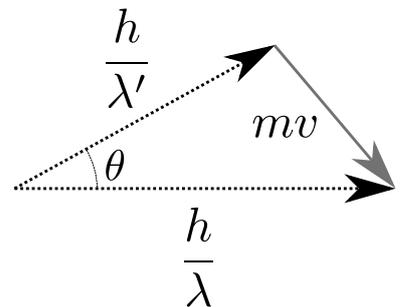
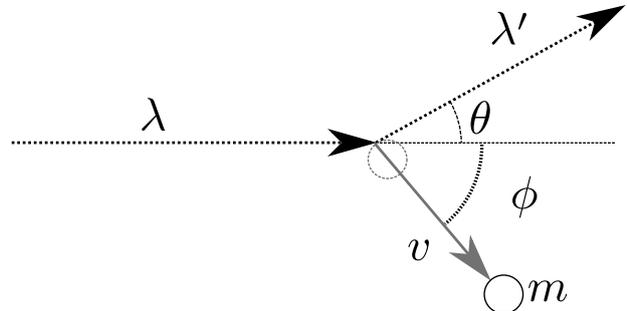
$$(mv)^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\frac{h}{\lambda}\frac{h}{\lambda'}\cos\theta \quad (7.3)$$

という式が出る。二つの式からコンプトンの式には入っていない v を消去する。エネルギー保存の式から、

$$v^2 = \frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) \quad (7.4)$$

となるので、

$$2hcm \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = h^2 \left(\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda'}\right)^2 - \frac{2}{\lambda\lambda'}\cos\theta \right) \quad (7.5)$$



という式を出すことができる。両辺に $\lambda\lambda'$ を掛けて h^2 で割り、

$$\frac{2cm}{h}(\lambda' - \lambda) = \frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2\cos\theta \quad (7.6)$$

となり、 $\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} \doteq 2$ という近似を使うことで

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{cm}(1 - \cos\theta) \quad (7.7)$$

という、コンプトンによる実験式と数値的に一致する式が出る。

ここで行った $\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} \doteq 2$ という近似がわかりにくい、という声もよく聞く。大学生的な計算をすると（今は $\lambda' - \lambda$ が小さいという近似をしているので） $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ と置いて書き直すと

$$\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} = 1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{1}{\underbrace{1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}}_{1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \mathcal{O}(\Delta\lambda^2)}} = 1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \mathcal{O}(\Delta\lambda^2) \quad (7.8)$$

となって $\mathcal{O}(\Delta\lambda^2)$ を無視すれば 2 である。あるいは、

$$\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{(\lambda')^2 + \lambda^2}{\lambda\lambda'} = \frac{(\lambda' - \lambda)^2 + 2\lambda\lambda'}{\lambda\lambda'} = \frac{(\lambda' - \lambda)^2}{\lambda\lambda'} + 2 \quad (7.9)$$

のような変形をした後で $(\lambda' - \lambda)^2$ を無視する。

★【問い 7-1】

ここでは v を消去するという方針で計算したが、 m を消去するという方針で計算することもできる。また、運動量保存のベクトルの余弦定理の式からは、

$$\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 + (mv)^2 + 2mv\frac{h}{\lambda'}\cos(\theta + \phi)$$

という式も作ることができる。これとエネルギー保存の式から m を消去するとどんな式が出るか？—出てきた式を ν, ν' と c, v の関係式として整理して、その物理的意味を述べよ。計算過程で $\frac{v^2}{c^2}$ が 1 よりも十分小さいことを使ってよい。

コンプトン効果は光子と電子の衝突という物理現象として矛盾なく記述される。古典的³⁾に考えれば（運動量が $\frac{h\nu}{c}$ を単位とする塊であることが古典的には出てこない）この結果は説明できない。なお、波長が変化すること自体はドップラー効果でも説明可能であるが、その変化量が上の式を満たすことは「光子一粒の運動量/エネルギー」を考えないと説明できない。以上のようないろんなことから、光の粒子性は疑いのないものになったと言える。「光電効果やコンプトン効果は光の粒子性を使わなくても、相手である電子の方を量子力学的に扱えば説明できる」という議論がある。それは正しいが、だからといってそれは「光は粒子ではない」と主張しているのではない。現在は光が粒子である証拠はもっと他にたくさんあるからである。

ところで、コンプトン効果を考えるとき、常に衝突が弾性衝突であると（つまりエネルギーが保存すると）扱ってきた。高校生に「なぜ？」と聞かれたら答えられるだろうか？

答えは次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

3) 物理の世界で「古典的」とは「量子力学を考えない」という意味。

逆に衝突が非弾性衝突になってエネルギーがロスするのはどういふ場合かを考えてみよう。

物体が変形する 電子は変形しない。

音が出る 音は空気の振動である。今は空気分子より小さい電子の運動を考えている。

熱になる 熱はエネルギーの流れだが、結果として「熱が流れこんだ先の分子運動を激しくする」ものだった。流れ込む相手の「分子」はここにはない。

火花が散る これも物体が変形するから起こること。

以上のようにいろいろな現象を考えてみると、エネルギーが保存しないとまずいことになる⁴⁾。

ここで、光を粒子と考えなくては都合の悪いことを並べ立ててきた。しかし一方、光を波と考えなくては都合の悪いこともたくさんある前に述べたヤングの実験などの干渉現象が代表的なもの)。このような性質について、「光は粒子性と波動性を持つ」あるいは「粒子と波動の二重性を持つ」のように教科書では書かれているが、この二重性の意味するところは何なのかはこれだけではわかりにくい。

この問題に対する一つの答が「波動関数の収縮」と呼ばれる現象で、広がった状態で「波」のように存在する電磁波が観測する（あるいは何かに当たる）ことによって局在した存在に変化する。

7.4 ボーア模型

プラスの電気を持った原子核の回りをマイナスの電気を持った電子が回る、という古典的な原子像を考える。

古典力学的な計算を実行してみよう。陽子と電子では陽子の方が約 1800 倍重いので、以下では陽子の方は静止しているものと考えて計算していくことにする。質量 m の電子が速さ v 、半径 r の円運動をすとして考えよう。加速度は $\frac{mv^2}{r}$ であるから、運動方程式は

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2} \quad (7.10)$$

となる (k はクーロンの法則の比例定数、 e は素電荷)。

ここで、運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2$ 、位置エネルギーは $-\frac{ke^2}{r}$ であるから、その和を計算すると、

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r} = -\frac{1}{2}mv^2 \quad (7.11)$$

となる。運動方程式から、(運動エネルギー) = $\frac{1}{2}$ (位置エネルギーの絶対値) になることに注意。

以上のように、原子の持つエネルギーは電子・陽子間の距離 (ほぼ、原子の半径) だけで決まり、半径が小さいほどエネルギーも小さくなる⁵⁾。原子核の半径は、原子の半径に比べ、倍以下である。なぜ電子はもっと下の、エネルギーの低い方に行きたがる?

「物体はエネルギーの低い方に行きたがる」という原則からすると、電子はこの電磁波を放出しながら、どんどん原子核に近づくはずである。そして、その時間は驚くほど短い (ここではその計算は省略)。

-
- 4) 「絶対にエネルギーは保存するのだろうか?」という疑問を持つ人もいるかもしれない (当然だ)。幸い、実験事実は電子や原子が衝突する場合でもちゃんとエネルギー保存が成立することを示している (ただしそのためにはこれまで知らなかったタイプのエネルギーを持っていく必要がある)。昔、ベータ崩壊ではエネルギーが保存しないのではないかと思われたが「ニュートリノという観測しにくい粒子が存在してエネルギーや運動量を運び出している」と考えればよいという説が唱えられた。実際その観測しにくいニュートリノは観測することができたので、エネルギー保存則は守られている。
- 5) この「小さくなる」のは全エネルギーであることに注意。運動エネルギーは大きくなる。しかし、位置エネルギーの小さくなりぐあいがそれより大きい。

しかし現実には、どの水素原子を見ても、電子は一定の場所を安定して回っているようである（実際の処電子が回っているところが見えるわけではないが、すくなくとも水素原子には「個性」はなさそうである）。何かが電子に制限を加えているのである。しかし、古典力学的に考えるとけっして電子の軌道に制限が出てこない。制限を与える条件として

——— ボーアの量子条件 ———

質量 m の電子が半径 r の円軌道を描いて速さで回っている時、

$$mv \times 2\pi r = nh$$

が成り立つ。 n は自然数、 h はプランク定数である。

を持ってくるのがボーアの原子模型である。この条件式がちょうど (運動量) \times (座標) という次元を持っていることに注意せよ⁶⁾。

この条件によって電子のエネルギーは下限を持つことになる。ボーアの条件は r が小さくなると v が反比例して大きくなることを示しているが、運動方程式は r と v^2 が反比例するという制限を与えている。両方の条件を満足するには特定の軌道しか回れないことになる。

電磁波を出すということは「現在よりエネルギーの低い状態に移り、エネルギーの差の分を電磁波のエネルギーにする」ことが必要なのだが、で表される状態（「基底状態」と呼ぶ）はエネルギー最低の状態だから、「現在よりエネルギーの低い状態」が存在しないことになる。「原子が安定する理由」は、「ボーアの条件によってエネルギーに最低値ができるので、その最低値になったらもうエネルギーをもった電磁波を放出できない」ということである。量子条件がなければ、この世にある原子はみな、原子核のサイズまで縮んでしまうことになる。原子核のサイズに比べて原子のサイズ⁷⁾は約1万倍である。どうして電子はそんなに（原子核の立場に立ってみれば）遠くを回っているのか、それには理由が必要なのである。

7.5 $E = mc^2$

以下のチェックテストをやってみよう。

——— ☆ 〈チェックテスト6〉 ———

質量とエネルギーの等価性について述べた以下の文章のうち、正しいものを選び（複数個選んでもよいし、一つも選ばなくてもよい）。

1. 原子炉では、ウランなどの原子が一つ消え去るごとにエネルギーが発生し、そのエネルギーで発電が行われている。
2. $E = mc^2$ の左辺の E は原子の持つエネルギーであり、たとえばバネの弾性エネルギー $\frac{1}{2}kx^2$ にこの式を使ってはならない。
3. $E = mc^2$ を通じてエネルギーは質量に、質量はエネルギーへと変換できるので、原子物理の世界ではもはやエネルギー保存則は成り立たない。

解答は次のページにある。自分の答えを見つけてから開こう！

6) 歴史的にこのような条件が出てくるまでは、長い話があるのだが、ここでは省略。

7) 我々が「原子のサイズ」として認識するのは、電子と原子核の距離である。

1. は間違いである。原子炉で起こっているのは核分裂という現象で、たとえば



が核融合の反応の例だが⁸⁾、ウラン原子核は「消え去」っているのではなく、分裂しているのである。原子番号と質量数をよく見よう。この反応について反応前後の陽子と中性子の数を書き出してみると、

	${}_{92}^{235}\text{U}$	${}_0^1n$	${}_{53}^{131}\text{I}$	${}_{39}^{103}\text{Y}$	$2{}_0^1n$
陽子数	92	0	53	39	0
中性子数	143	1	78	64	2

となって、陽子と中性子の数は左辺と右辺で等しいことがわかる。つまり「組み合わせが変わった」だけで物質が消えたりはしていないのだ。

よくある質問

組み合わせが変わっただけなら、質量が変わるわけじゃないですか！

と思う人は、 $E = mc^2$ の意味するところがわかってない。

2. も間違いである。 $E = mc^2$ の E には、エネルギーの種類の区別などない。実際、物理学の歴史において最初に「エネルギーが大きいと質量が大きくなる」ことが理論上導かれたのは電場や磁場のエネルギーの分だけ荷電粒子の質量が増加するという計算である。 $E = mc^2$ の式は原子物理のところで初めて出現するので「原子の話をするとき特有の式」のように誤解している人が非常に多いが、「普遍的な物理法則」なのである。

よくある質問

でも私、バネが重くなったのを感じたことはありませんけど？

計算してみよう。バネ定数を 100 N/m として、10 cm=0.10 m だけ伸ばしたとするなら、バネの持つ弾性エネルギーは $\frac{1}{2} \times 100\text{N/m} \times (0.10\text{m})^2 = 0.50\text{J}$ である。このバネの質量は、自然長のときに比べて

$$\frac{0.50\text{J}}{(3.0 \times 10^8\text{m/s})^2} \cong 5.6 \times 10^{-18}\text{kg}$$

だけ質量が大きくなる。あなたの手はこの質量差を検知できないだろう。

検知できないから、普通の力学ではこの質量差は無視していただくことである⁹⁾。原子物理の世界では「無視できない」程度の質量差が出る（核エネルギーが「すごい」ものであると同時に「怖い」ものであるのは燃料の質量あたりに取り出せるエネルギーが非常に大きいことから来ている）。

3. も間違いである。ただし他のに比べると微妙な間違いだ。というのはこの文章の「エネルギー保存則」はどの種類のエネルギーを含めての保存則なのかを明確にしていないからである。もし「力学的エネルギーの保存則」なら成り立たないだろう。しかし $E = mc^2$ で表される「静止エネルギー」も含めた「エネルギー」ならば、それはちゃんと保存するのである。

上の (7.12) の反応においても、運動エネルギーだけをみれば増大しているが、その分 mc^2 で表現されるエネルギーが減っていて、トータルのエネルギーは保存している。そうなるからこそ、 $E = mc^2$ という式には大きな意味がある。

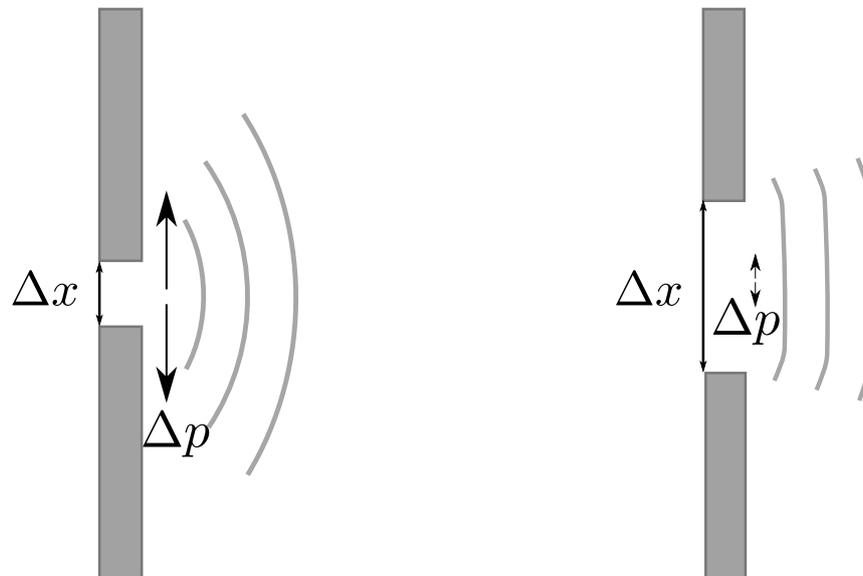
8) こんなものを覚える必要はもろろない。

9) 人間の常識は日常生活の中で作られるものだから、日常では気づかないような現象が実は起きていることがあったって、物理的におかしいことはない。

7.6 不確定性関係と波の回折

6.10 節でやった「単スリットの回折」は、量子力学で大事な「不確定性関係（不確定性原理と呼ぶこともある）」の例になっている。

回折アプリでスリット幅を変えていくと、スリット幅が小さいときに波がむしろ「広がる」ことがわかる（6.10 節を参照）。



これは、図の上向きを x 軸としたときに、光の存在する範囲の x 軸方向の範囲 (Δx) が小さいほど、通り抜けた後の光のもつ運動量の範囲 (Δp) が大きくなることを示している。量子力学で大事な「不確定性関係」は、実は波のところの学習でその本質は尽きている。

量子力学の学習の前段階として、力学・波・電磁気のすべての概念を正しく持っていることが必要になってくるのである。

第8章 単位の表記について

付録として、物理での単位の表記について書いておこう。物理量は「数値 × 単位」で表現される。

我々が「48 m」と書くとき、この「48 m」は「48」という数字に「m」という単位がついた量を示しているのである。

$$x = 48 \text{ m} \quad (8.1)$$

という式を書くとき、 x という文字が表す物理量は「m」まで含めて書いている。数式で $48 \times x$ を $48x$ と書くのと同様の考え方で「m」がついていると思った方がよい。日本の教科書ではあまりないが、「 $x/m = 48$ 」のように「物理量を単位で割ると数値になる」という意味を持たせた表現で書く本も一部にある。

48という数字だけでは、それがメートルなのかセンチメートルなのかヤードなのか尺なのか光年なのかかわからず、意味がない。よって、「 $x = 48$ 」のような式は危険であり、推奨されない。

単位も含めて正しい物理量なので、たとえば $v = 6\text{m/s}$ で $t = 8\text{s}$ であるとき、

$$x = vt \quad (8.2)$$

という式は

$$48 \text{ m} = 6 \text{ m/s} \times 8 \text{ s} \quad (8.3)$$

という「単位つきの計算」を意味している。

こう考えると、同じ式をcmを使って書いた

$$4800 \text{ cm} = 600 \text{ cm/s} \times 8 \text{ s} \quad (8.4)$$

も文字式で書くと $x = vt$ となる（ $x = 48 \text{ m} = 4800 \text{ cm}$ である）。

これを使うと単位の換算が楽である。

$$36\text{km/h} = 36 \times 1000\text{m}/(3600\text{s}) = 10\text{m/s} \quad (8.5)$$

のように。

日本の高校の教科書では「どの単位を使うか」を〔 〕という括弧で表現して、 x 〔m〕のように書くことが多い（実は日本の高校物理ローカルルールである）。この書き方を誤解して、 $x = 48$ 〔m〕のように書いてしまう例がときどきあるが、これは間違いである。物理量を（数値）×（単位）で示すときの単位には、〔 〕はいらない¹⁾。

1) 参考文献「教育現場における単位の扱い」小牧 研一郎，大学の物理教育 24 卷 (2018)3 号。

第9章 最後に

ここまでの話、「耳が痛かった」という人も多いのではないかと思う。「こんなことわかっているよ大丈夫」という人もいたかもしれない（それはそれで頼もしいことなのでよいことである）。

本テキストでは、物理もしくは中学理科の教員となる人に向けて、「どのように物理を教えるか？」という点に注意しながら物理の概念の復習を行った。特に「初学者はどういう点を間違えるか」の部分を強調したのだが、大変残念な予想としては、本テキストを読んでいる人（いつか教員になる人を含む）の中にも見事に「初学者がやりそうな間違い」をやらかしてしまった人がいるだろうと思う。

だが、今間違いに気づけたとしたら、それはそれで幸いなことだ。まだまだ間違ったところを直す機会はある。直さないでいると「間違いの再生産」になってしまうので、ちゃんと修正していってあげればいいのである。実際のところ著者にしても、教えた後で「しまった間違っていた」と思って冷や汗をかいたことはある。これを読んでいる皆さんが将来かくことになる冷や汗を少しでも減らしたいと思ってこのテキストを書いている。

さらにもう一つ強調しておきたいのは、本来理科教員が伝えるべきなのは概念を正しく伝えること（間違いや誤概念が発生しないようにすること）であって、「テストの問題が解けるようになる」というのは二の次（というより、概念理解の結果としてそうなるべき）だということである。

将来あなたの教える生徒が「ドリルでやったことがある問題は解けても、大事な物理概念はまるっきり頭に入っていない」ということがないように、正しく「理科（物理）を教える」ことができる教員となれるように、がんばって欲しい、という願いを伝えて、本テキストを終わる。

自分に足りないことを感じた人は、ぜひ引き続き勉強して欲しい。というわけで、もう一度最初に書いた「大事なこと」を記しておく。

自分が理解してないことは他人（生徒）に教えられない。

これを読んだ人が、よりよい理科（物理）の授業を目指してくれることを願っている。