

「よくわかる解析力学」の訂正用ファイルです。これをB5に印刷して該当部分を本に貼り付けてください（日本語の誤字などは入れてません）。

貼り付けるのは糊でもよいですが、両面テープを貼り付けてから切り取るという方法もよいでしょう。

ファイルは少し多めの文章を入れていますが、必要な部分だけ切り取って使った方がよいかもしれません。修正部分の詳細は、サポートページのリストも参考にしながら修正してください。

p108 の (4.76) と (4.77)

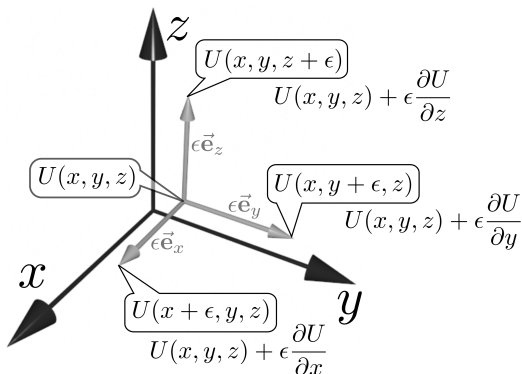
$$\begin{aligned}\lambda \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} - m_1 \ddot{x}_1 &= 0 \\ -\lambda \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} - m_2 \ddot{x}_2 &= 0\end{aligned}$$

以下の間違いは第8刷で訂正されました。

p38 の (2.41) の下

とする。表面項は $\delta y(x_0) = \delta y(x_1) = 0$ なので0である。

p70 の図



p92 の (4.16) の最後の行

$$= - \int_{t_i}^{t_f} m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}(t) \cdot \delta \vec{x}(t) dt$$

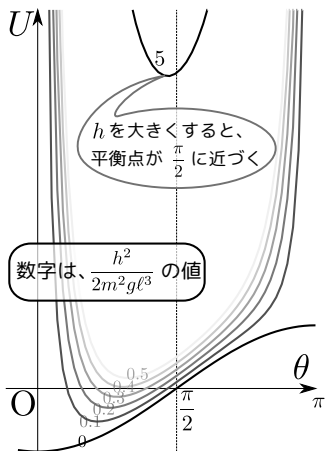
p119 の (5.30) と (5.32)

$$\left. \frac{\partial L(r, \dot{r}, \dot{\theta})}{\partial r} \right|_{\dot{r}, \dot{\theta}} - \frac{d}{dt} \left(\left. \frac{\partial L(r, \dot{r}, \dot{\theta})}{\partial \dot{r}} \right|_{r, \dot{\theta}} \right) = 0$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{L}(r, \dot{r}, h)}{\partial r} \right|_{\dot{r}, h} - \frac{d}{dt} \left(\left. \frac{\partial \tilde{L}(r, \dot{r}, h)}{\partial \dot{r}} \right|_{r, h} \right) = 0$$

p136 の (5.96)

$$\left. \frac{\partial G_j}{\partial q_i} \right|_{\{q_i^*\}, \{Q^*\}} + \sum_k \left. \frac{\partial G_j}{\partial Q_k} \right|_{\{q^*\}, \{Q_k^*\}} \frac{\partial Q_k}{\partial q_i} = 0$$



p143 の下の図

p155 の図の左

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \text{ となるように}$$

新しい変数を導入してラグランジアンを書き直すと、

p230 の (9.74) の 1 行目

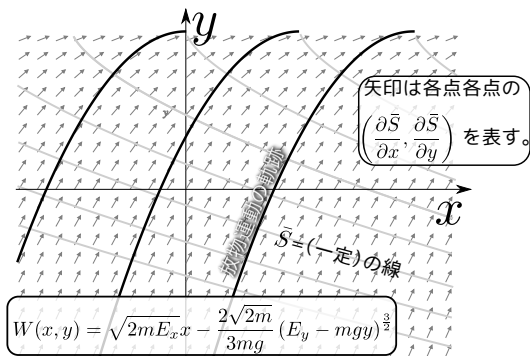
$$\sum_{i,j} \left(\left(\frac{\partial A}{\partial q_i} \frac{\partial^2 B}{\partial q_j \partial p_i} - \frac{\partial A}{\partial p_i} \frac{\partial^2 B}{\partial q_j \partial q_i} \right) \frac{\partial C}{\partial p_j} - \left(\frac{\partial A}{\partial q_i} \frac{\partial^2 B}{\partial p_j \partial p_i} - \frac{\partial A}{\partial p_i} \frac{\partial^2 B}{\partial p_j \partial q_i} \right) \frac{\partial C}{\partial q_j} \right)$$

p230 の (9.75)

$$\begin{aligned} & \sum_j \left(\frac{\partial^2 B}{\partial q_j \partial p_i} \frac{\partial C}{\partial p_j} - \frac{\partial^2 B}{\partial p_j \partial p_i} \frac{\partial C}{\partial q_j} - \frac{\partial^2 C}{\partial q_j \partial p_i} \frac{\partial B}{\partial p_j} + \frac{\partial^2 C}{\partial p_j \partial p_i} \frac{\partial B}{\partial q_j} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial p_i} \sum_j \left(\frac{\partial B}{\partial q_j} \frac{\partial C}{\partial p_j} - \frac{\partial B}{\partial p_j} \frac{\partial C}{\partial q_j} \right) = \frac{\partial}{\partial p_i} \{B, C\} \end{aligned}$$

この脚注^{†12}

p290 の図



p350 の (D.16)

$$p_x = m\dot{x} = m \frac{d}{dt} (r \cos \theta) = m\dot{r} \cos \theta - mr\dot{\theta} \sin \theta = p_r \cos \theta - p_\theta \frac{\sin \theta}{r}$$

p360 の (D.81)

$$-mg\epsilon(t_f - t_i) = \epsilon \left(m\dot{z}|_{t_f} - m\dot{z}|_{t_i} \right)$$

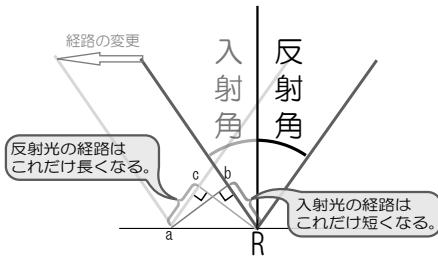
^{†12} 積分するなら、 $\int \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} dx = \frac{x\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}}{2} + \frac{A}{2} \arcsin \frac{x}{A} + C$ という式がある。

p368 の (D.125) の右側一番下

$$= \begin{pmatrix} aex + afy + bgx + bhy \\ cex + cfy + dgx + dhy \end{pmatrix}$$

以下の間違いは第 7 刷で訂正されました。

p30 の図



p136 の (5.96)

$$\left. \frac{\partial G_j}{\partial q_i} \right|_{\{q_i^-, \{Q_*\}\}} + \sum_k \left. \frac{\partial G_j}{\partial Q_k} \right|_{\{q_*\}, \{Q_k^-\}} \frac{\partial Q_k}{\partial q_i} = 0$$

p214 の (9.40)

$$\begin{aligned} &= \int \left(\sum_i (p_i \delta \dot{q}_i + \delta p_i \dot{q}_i) - \sum_i \left(\frac{\partial H}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial H}{\partial p_i} \delta p_i \right) \right) dt \\ &= \int \left(\sum_i \left(\delta q_i \left(-\dot{p}_i - \frac{\partial H}{\partial q_i} \right) + \delta p_i \left(\dot{q}_i - \frac{\partial H}{\partial p_i} \right) + \frac{d(p_i \delta q_i)}{dt} \right) \right) dt \end{aligned}$$

p351 の【問い C-1】のヒントの最後

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = \sum_i \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} A_j B_k \sum_{\ell,m} \epsilon_{i\ell m} C_\ell D_m$$

p369 の【問い C-1】の解答の最後に、以下を追加

$$(C.13) \text{ の方は、ヒントより、} (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = \sum_i \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} A_j B_k \sum_{\ell,m} \epsilon_{i\ell m} C_\ell D_m$$

に $\sum_i \epsilon_{ijk} \epsilon_{i\ell m} = \delta_{j\ell} \delta_{km} - \delta_{jm} \delta_{k\ell}$ を代入して、

$$\sum_{j,k,\ell,m} (\delta_{j\ell} A_j C_\ell \delta_{km} B_k D_m - \delta_{jm} A_j D_m \delta_{k\ell} B_k C_\ell) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

となる。

以下の間違いは第6刷で訂正されました。

p81 の (3.79)

$$\underbrace{\frac{\partial L}{\partial f}}_{=0} - \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{\left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)} \right)}_{2 \frac{\partial f}{\partial x}} - \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{\left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)} \right)}_{2 \frac{\partial f}{\partial y}} - \frac{\partial}{\partial z} \underbrace{\left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)} \right)}_{2 \frac{\partial f}{\partial z}} = 0$$

p81 の (3.82)

$$\underbrace{\frac{\partial L}{\partial f}}_{=0} - \frac{\partial}{\partial r} \underbrace{\left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial r} \right)} \right)}_{2r^2 \sin \theta \frac{\partial f}{\partial r}} - \frac{\partial}{\partial \theta} \underbrace{\left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial \theta} \right)} \right)}_{2 \sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta}} - \frac{\partial}{\partial \phi} \underbrace{\left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial \phi} \right)} \right)}_{2 \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi}} = 0$$

p81 の (3.83)

$$\begin{aligned} -2 \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \sin \theta \frac{\partial f}{\partial r} \right) - 2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) - 2 \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \right) &= 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{出せるものは} \\ \text{微分の外に出す} \end{array} \right) \\ -2 \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) - 2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) - 2 \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial f}{\partial \phi} \right) &= 0 \quad \left(\div (-2r^2 \sin \theta) \right) \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} &= 0 \end{aligned}$$

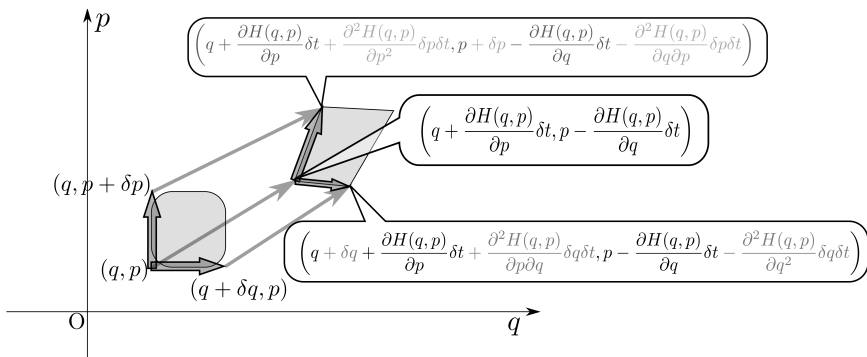
以下の間違いは第5刷で訂正されました。

p134 の (5.85) と (5.86)

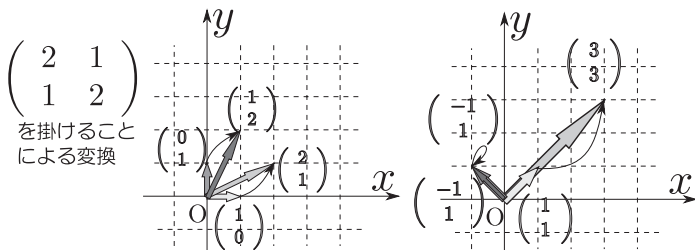
$$L = \frac{m}{2} \left((\dot{r})^2 + (r\dot{\theta})^2 + (r \sin \theta \dot{\phi})^2 \right) - mgr \cos \theta - \lambda(r^2 - a^2)$$

$$L = \frac{m}{2} \left((a\dot{\theta})^2 + (a \sin \theta \dot{\phi})^2 \right) - mga \cos \theta$$

p224 の図



p313 の図



p358 の【問い 5-4】の冒頭

$Y = X^2$ だから $\dot{Y} = 2X\dot{X}$ となり、

p367 の問い 10-11 の解答の最後

とで、 $\frac{\partial p_i}{\partial P_j} = \frac{\partial Q_j}{\partial q_i}$ を示すことができる。最後に第1の式は(D.116)同様、 $P_i(\{q_*\}, \{p_*\})$
 $\rightarrow$ p366
 を q_j で微分し、

$$\frac{\partial P_i(\{q_*\}, \{Q_*(\{q_*\}, \{p_*\})\})}{\partial q_j} = \underbrace{\frac{\partial P_i(\{q_*\}, \{Q_*\})}{\partial q_j}}_{\text{第1引数の微分}} + \sum_k \underbrace{\frac{\partial P_i(\{q_*\}, \{Q_*\})}{\partial Q_k}}_{\text{第2引数の微分}} \frac{\partial Q_k(\{q_*\}, \{p_*\})}{\partial q_j}$$

以下の間違いは第4刷で訂正されました。

p34(2.27)の上

微分の結果は（以下は x_i 微分だけを書くが、 y_i 微分の式も同様に考える）

p46(2.76)のすぐ下 $\frac{dx}{d\ell} = \frac{y - C_1}{2\lambda}$

p56(3.13)の上の式 $2Mg\delta r - T \times 2\delta r = 0$

p78の(3.66)の下 となる^{†30}。

p104

$$m_1 \frac{dv}{dt} = m_1 g - T \quad (4.51)$$

$$m_2 \frac{dv}{dt} = T - m_2 g \quad (4.52)$$

$$L_1 + L_2 = \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 - (m_2 - m_1)gx \quad (4.53)$$

p132の下から3行目 $L \rightarrow L - \sum_j \lambda_j(t) G_j(\{x_*\})$

p132の下から2行目 $-\sum_j \lambda_j(t) G_j(\{x_*\})$

^{†30} この式を見ると、 y が自由に選べない（たとえば $y < 0$ では困る）のでは、と思うかもしれない。実は【問1-3-3】で入れるラグランジュ未定乗数を入れておくと、 y が平行移動できるようになるので心配ない。

p133(5.83)

$$\underbrace{\frac{\partial (L - \sum_k \lambda_k G_k)}{\partial \lambda_j}}_{=-G_j} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \underbrace{\left(\frac{\partial (L - \sum_k \lambda_k G_k)}{\partial \dot{\lambda}_j} \right)}_{=0} = 0$$

p141

$$x - x_0 = C\mathrm{e}^{\pm\sqrt{-\frac{U''(x_0)}{m}}t} \tag{6.8}$$

p142(6.11) の下 $U''(0) = mgl > 0$

p153

$$\left(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{M}}\right) \text{ (固有値 } \frac{g}{\ell} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M}+\sqrt{m}}), \quad \left(\frac{-\sqrt{m}}{\sqrt{M}}\right) \text{ (固有値 } \frac{g}{\ell} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M}-\sqrt{m}}) \tag{6.59}$$

$$\theta_1 : \theta_2 = \sqrt{m} : \sqrt{M} \mathfrak{C},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M} + \sqrt{m}}, \tag{6.60}$$

$$\theta_1 : \theta_2 = -\sqrt{m} : \sqrt{M} \mathfrak{C},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M} - \sqrt{m}}$$

p160

$$\mathbf{T}^t \mathbf{K} \mathbf{T} = \begin{pmatrix} -4k \sin^2 \frac{\pi}{2(N+1)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -4k \sin^2 \frac{2\pi}{2(N+1)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -4k \sin^2 \frac{N\pi}{2(N+1)} \end{pmatrix} \tag{6.79}$$

p170

$$|\vec{\omega}|^2 |\vec{X}^{(i)}|^2 = \left(\sum_j (\omega_j)^2\right) \left(\sum_k (X_k^{(i)})^2\right) \tag{7.7}$$

p202 の 8.5 説の 3 行上

進不変性の場合、 $\delta q_i = -\epsilon \dot{q}_i$ で、 $J = -\epsilon L$ である。時間並進 $t \rightarrow t + \epsilon$ というのは $\int_{t_i}^{t_f} L dt$ という積分の上端 t_f と下端 t_i をも並進させるので、 $\epsilon [L]_{t_i}^{t_f}$ という表面項の分だけ差が出る、と考えれば $J = -\epsilon L$ であることが納得できる。

p204

$$\delta \phi = -\epsilon_x \cot \theta \cos \phi - \epsilon_y \cot \theta \sin \phi + \epsilon_z \quad (8.46)$$

p209

【FAQ】

.....

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \left(\sum_j p_j \dot{q}_j \right) = \underbrace{\dot{q}_i + \sum_j p_j \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial p_j}}_{\text{忘れてた部分}}, \quad \frac{\partial L}{\partial p_i} = \underbrace{\sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial p_i}}_{\text{忘れてた部分}} \quad (9.12)$$

$$\text{p234(9.86)} \quad \{\{A, L_x\}, L_y\} - \{\{A, L_y\}, L_x\} = \{A, \{L_x, L_y\}\} = \{A, L_z\}$$

p238(9.97) の最後の行

$$= 2I_{YY}\omega_Y \underbrace{\{I_{YY}\omega_Y, I_{XX}\omega_X\}}_{I_{ZZ}\omega_Z} + 2I_{ZZ}\omega_Z \underbrace{\{I_{ZZ}\omega_Z, I_{XX}\omega_X\}}_{-I_{YY}\omega_Y} = 0$$

p256

$$P = Q \cot \theta - \frac{q}{\sin \theta}, \quad p = -q \cot \theta + \frac{Q}{\sin \theta} \quad (10.46)$$

$$\begin{aligned}
\underbrace{\left(Q \cot \theta - \frac{q}{\sin \theta}\right)}_P \dot{Q} + \frac{dG}{dt} &= \underbrace{\left(-q \cot \theta + \frac{Q}{\sin \theta}\right)}_p \dot{q} \\
\frac{dG}{dt} &= (-Q\dot{Q} - q\dot{q}) \cot \theta + \frac{Q\dot{q} + \dot{Q}q}{\sin \theta} \\
G &= \frac{1}{2}(-Q^2 - q^2) \cot \theta + \frac{Qq}{\sin \theta}
\end{aligned} \tag{10.47}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial G}{\partial Q} \right|_q &= -Q \cot \theta + \frac{q}{\sin \theta} = -P \\
\left. \frac{\partial G}{\partial q} \right|_Q &= -q \cot \theta + \frac{Q}{\sin \theta} = p
\end{aligned} \tag{10.48}$$

$$\boxed{\text{p275 の (10.123)}} \quad \ddot{X} = 2\omega\dot{Y} + \omega^2 X, \quad \ddot{Y} = -2\omega\dot{X} + \omega^2 Y$$

p293 の (11.53)

$$\phi - \phi_0 = \int \frac{\cos i}{\sin i \cos \alpha} \underbrace{\frac{-\sin i \cos \alpha}{1 - \sin^2 i \sin^2 \alpha}}_{\frac{1}{\sin^2 \theta} \times \sin \theta d\theta} d\alpha = \int \frac{-\cos i}{1 - \sin^2 i \sin^2 \alpha} d\alpha$$

p293 の (11.54)

$$\begin{aligned}\phi - \phi_0 &= -\arctan(\cos i \tan \alpha) \\ \tan(-(\phi - \phi_0)) &= \cos i \tan \alpha\end{aligned}$$

p294 の (11.56)

$$\frac{\partial W}{\partial \ell} = \pm \int \frac{-\ell \frac{1}{r^2}}{\sqrt{2m(E - V(r)) - \frac{\ell^2}{r^2}}} dr \pm \int \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2 - \frac{h^2}{\sin^2 \theta}}} d\theta$$

p332 の (B.60)

$$\underbrace{\left. \frac{\partial F(p_x(x, y), y)}{\partial p_x} \right|_y}_{\text{第 1 引数を微分}} \underbrace{\left. \frac{\partial p_x(x, y)}{\partial y} \right|_x}_x + \underbrace{\left. \frac{\partial F(p_x(x, y), y)}{\partial y} \right|_{p_x}}_{\text{第 2 引数のみを微分}} = \left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right|_x$$

p340 の (C.31)

$$\left(\sum_i p_i \vec{\mathbf{E}}^{X^i} \right) \cdot \left(\sum_j \dot{q}^j \vec{\mathbf{E}}_{X^j} \right) = \sum_{i,j} p_i \dot{q}^j \underbrace{\vec{\mathbf{E}}^{X^i} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{X^j}}_{\delta_{ij}} = \sum_i p_i \dot{q}^i$$

p341 の (C.32)

$$\vec{V} = \sum_{i,j} V_i \frac{\partial x^i}{\partial x'^j} \vec{\mathbf{E}}'^{X^j} = \sum_{i,j} V^i \frac{\partial x'^j}{\partial x^i} \vec{\mathbf{E}}'_{X^j}$$

p341 の (C.34)

$$\vec{V} = \sum_i V_i \vec{\mathbf{E}}^{X^i} = \sum_i V'_i \vec{\mathbf{E}}'^{X^i} = \sum_i V^i \vec{\mathbf{E}}_{X^i} = \sum_i V'^i \vec{\mathbf{E}}'_{X^i}$$

p354 の (D.39)

$$\underbrace{\rho g \sqrt{1 + (y')^2}}_{\frac{\partial L}{\partial y}} - \frac{d}{dx} \underbrace{\left(\frac{\rho g y y'}{\sqrt{1 + (y')^2}} - \frac{\lambda y'}{\sqrt{1 + (y')^2}} \right)}_{\frac{\partial L}{\partial y'}} = 0$$

$$\boxed{\text{p354 の (D.41)}} \quad \rho g \sqrt{1 + (y')^2} - \frac{d}{dx} \left(\frac{(\rho g y - \lambda) y'}{\sqrt{1 + (y')^2}} \right) = 0$$

$$\boxed{\text{p355 の (D.50)}}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

$$\boxed{\text{p365(D.106) の下から 2 行め}}$$

$$= \frac{\partial Q(q, p, t)}{\partial t} \Big|_{q,p} + \underbrace{\left(\frac{\partial p(q, p, t)}{\partial t} \Big|_{q,p} - \frac{\partial p(q, Q, t)}{\partial Q} \Big|_{q,t} \frac{\partial Q(q, p, t)}{\partial t} \Big|_{q,p} \right)}_0 \frac{\partial Q(q, p, t)}{\partial p} \Big|_{q,t}$$

$$\boxed{\text{p365(D.110) の右辺}}$$

$$= \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & r \cos \theta & 0 & 0 \\ \frac{p_\theta}{r^2} \sin \theta & -p_r \sin \theta - \frac{p_\theta}{r} \cos \theta & \cos \theta & -\frac{\sin \theta}{r} \\ -\frac{p_\theta}{r^2} \cos \theta & p_r \cos \theta - \frac{p_\theta}{r} \sin \theta & \sin \theta & \frac{\cos \theta}{r} \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\text{p365(D.111)}}$$

$$= \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & r \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & -\frac{\sin \theta}{r} \\ 0 & 0 & \sin \theta & \frac{\cos \theta}{r} \end{vmatrix} = \underbrace{\begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{vmatrix}}_r \times \underbrace{\begin{vmatrix} \cos \theta & -\frac{\sin \theta}{r} \\ \sin \theta & \frac{\cos \theta}{r} \end{vmatrix}}_{\frac{1}{r}} = 1$$

p367 の (D.118) の下

(スペースが足りませんが、上の方だけ貼ってめくれるようにください)

であるから、 $\frac{\partial P_i}{\partial p_j} = \frac{\partial q_j}{\partial Q_i}$ が示された。 (q, p) と (Q, P) の立場をそっくり入れ替えることで、 $\frac{\partial p_i}{\partial P_j} = \frac{\partial Q_j}{\partial q_i}$ を示すことができる。最後に第 1 の式は (D.116) → p366
 同様、 $P_i(\{q_*\}, \{p_*\})$ を q_j で微分し、

$$\frac{\partial P_i(\{q_*\}, \{Q_*(\{q_*\}, \{p_*\})\})}{\partial q_j} = \underbrace{\frac{\partial P_i(\{q_*\}, \{Q_*\})}{\partial q_j}}_{\text{第 1 引数の微分}} + \sum_k \underbrace{\frac{\partial P_i(\{q_*\}, \{Q_*\})}{\partial Q_k}}_{\text{第 2 引数の微分}} \frac{\partial Q_k(\{q_*\}, \{p_*\})}{\partial q_j}$$

を得る。この後は (D.117) と同様の計算を続け (D.21) や (D.19) を使うと、
→ p351 → p350

$$\frac{\partial P_i(\{q_*\}, \{p_*\})}{\partial q_j} = - \frac{\partial p_j(\{P_*\}, \{Q_*\})}{\partial Q_i} \quad \text{が示される。これで (10.104) の 4 種類の} \quad \rightarrow p271$$

式が全て証明された。

以下の間違いは第 3 刷で訂正されました。

p28 の問い 2-2

練習問題

【問い 2-2】 2.1.2 節の長方形の問題を、「面積を一定として長さを最小にする問題」に変えたうえで、ラグランジュ未定乗数の方法を使って解け。
→ p22

ヒント → p346 解答 → p352 へ

【問い 2-3】 【問い 2-1】 を、ラグランジュ未定乗数の方法を使ってやり直せ。

ヒント → p346 解答 → p353 へ

p39

【FAQ】

からの項 (第二項) を忘れてはいけなかったことと関係している。 $\frac{d}{dx} \delta y(x)$ と
 いう量は「この場所の δy 」と「隣の δy 」を含んでいるので、「この場所の δy 」

↑ 上の【FAQ】と点線の部分は無視してください。

p40

$$\frac{\partial F(X, Y)}{\partial X} dX + \frac{\partial F(X, Y)}{\partial Y} dY \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial F(X, Y)}{\partial X} \underbrace{\delta r'}_{dX} + \frac{\partial F(X, Y)}{\partial Y} \underbrace{\delta r}_{dY} \quad (2.50)$$

p46 の (2.75) の上 式 $\frac{dy}{d\ell} - 2\lambda \frac{d^2x}{d\ell^2} = 0$ を積分して、

p69

$$\delta W = - \left(\delta x \frac{\partial U}{\partial x} + \delta y \frac{\partial U}{\partial y} + \delta z \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -\delta \vec{r} \cdot \text{grad } U \quad (3.34)$$

p70 の「うっかり者の予想」のすぐ下 $F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = ax$

p71 の 4 行目 $F_y = ax - \frac{df}{dy}(y)$

p72,(3.49) の 3 行下 ポテンシャル $U(\{Q_\star\})$

p72

$$U(\{q_\star\}) = U(\{Q_\star(\{q_\star\})\}) \quad (3.50)$$

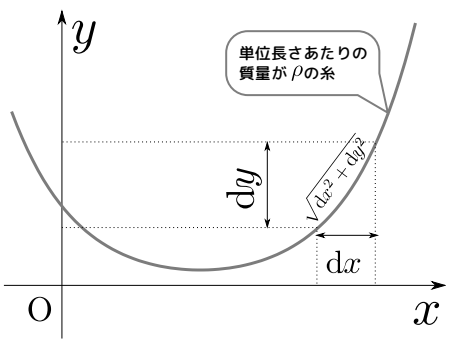
$$\frac{\partial U(\{q_\star\})}{\partial q_i} = \sum_j \frac{\partial U(\{Q_\star(\{q_\star\})\})}{\partial Q_j} \frac{\partial Q_j}{\partial q_i} \quad (3.51)$$

p75

$$a(j-b)^2 - \frac{a(j+1-b)^2 + a(j-1-b)^2}{2} = -a \quad (3.57)$$

となり、 $a = \frac{mg}{2k}$ とすればこの性質を満たす。つまりつりあいの結果、物体

p76



p77 $dy = \frac{1}{\sqrt{C}} \sinh t \, dt$

p78 $\cosh(\sqrt{C}x + D) = \cosh(-\sqrt{C}x - D)$ だから、

p87

$$\left(\sum_i \vec{F}_i(t) - m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}(t) \right) \cdot \delta \vec{x}(t) = 0 \leftrightarrow -\frac{\partial}{\partial \vec{x}(t)} (\text{なにか}) \cdot \delta \vec{x}(t) = 0 \quad (4.6)$$

p91

$$S_{\text{試}}(\{\vec{x}(\ast) + \delta \vec{x}(\ast)\}) = S_{\text{試}}(\{\vec{x}(\ast)\}) + \int_{t_i}^{t_f} \left(-m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}(t) \cdot \delta \vec{x}(t) \right) dt \quad (4.12)$$

p92 運動エネルギーの積分である

p98 の (4.33) の上と (4.34) の上

 x_j で微分すると、 $\dot{x}_j$ で微分すると、

p102

$$L_{\text{加速系}} - L_{\text{落体}} = m \dot{X} \cdot (gt) + \frac{m}{2} g^2 t^2 + mgX = mgt \dot{X} + \frac{m}{2} g^2 t^2 + mgX \quad (4.46)$$

$$\underbrace{-m_1 g + \lambda}_{\frac{\partial L}{\partial x_1}} - \frac{d}{dt} \underbrace{(m_1 \dot{x}_1)}_{\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1}} = 0 \quad (4.55)$$

p105

$$\underbrace{-m_2 g + 2\lambda}_{\frac{\partial L}{\partial x_2}} - \frac{d}{dt} \underbrace{(m_2 \dot{x}_2)}_{\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2}} = 0 \quad (4.56)$$

p109 の (4.83) の下から 2 行目

$$-\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \dot{\vec{x}}_1 \cdot \dot{\vec{x}}_2 - V(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$$

p113

$$\dot{Q}_i = \sum_j \left. \frac{\partial Q_i}{\partial q_j} \right|_{\{q_T\}, t} \dot{q}_j + \left. \frac{\partial Q_i}{\partial t} \right|_{\{q_*\}} \quad (5.6)$$

p113 の (5.8) の 2 行上

もともと $\{q_*\}, \{\dot{q}_*\}$ で書かれていたラグランジアンを $\{Q_*\}, \{\dot{Q}_*\}$ を使って書き直

p116 から

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{\partial V(x, y)}{\partial y} \end{cases} \quad (5.21)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x \vec{e}_x + y \vec{e}_y) = -\vec{e}_x \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} - \vec{e}_y \frac{\partial V(x, y)}{\partial y} \quad (5.22)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (r \vec{e}_r) = -\vec{e}_r \frac{\partial V(r, \theta)}{\partial r} - \vec{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial V(r, \theta)}{\partial \theta} \quad (5.23)$$

p120 の (5.33) の 3 行下 $\left. \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right|_{r, \dot{\theta}}$

p127

$$\begin{aligned} \vec{L} = mr^2 & \left(\left(-\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\phi} \cos \theta \sin \theta \cos \phi \right) \vec{e}_x \right. \\ & \left. + \left(\dot{\theta} \cos \phi - \dot{\phi} \cos \theta \sin \theta \sin \phi \right) \vec{e}_y + \dot{\phi} \sin^2 \theta \vec{e}_z \right) \end{aligned} \quad (5.63)$$

p128 の (5.69) の直前 $\frac{dV(r)}{dr} = \frac{GMm}{r^2}$ を代入して

p132

$$\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial x_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) \right) \delta x_i = \sum_j \lambda_j \underbrace{\sum_i \frac{\partial G_j}{\partial x_i} \delta x_i}_{=0} \quad (5.80)$$

p136

よって、オイラー・ラグランジュ方程式の右辺を

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial L}{\partial q_i} + \sum_j \frac{\partial L}{\partial Q_j} \frac{\partial Q_j}{\partial q_i} + \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_j} \frac{\partial \dot{Q}_j}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} + \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_j} \frac{\partial \dot{Q}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \\
 &= \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \sum_j \left(\frac{\partial L}{\partial Q_j} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_j} \right) \right) \frac{\partial Q_j}{\partial q_i} \\
 &+ \underbrace{\sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_j} \left(\frac{\partial \dot{Q}_j}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \dot{Q}_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \right)}_{=0}
 \end{aligned} \tag{5.93}$$

p137

簡単な例をやっておく。4.2.1節で考えたすべる物体の1次元運動を^{→ p100}あえて「拘束のついた2次元運動」と考えてみる。2次元直交座標系 (X, Y) を（原点が $x = 0$ に一致し、 X 軸が右向き、 Y 軸が上向きになるように）おくと、運動エネルギーは $\frac{1}{2}m\left((\dot{X})^2 + (\dot{Y})^2\right)$ であり、位置エネルギーは mgY である。拘束条件は、 $Y = -X \tan \theta$ であるから、ラグランジアンは、

$$L = \frac{1}{2}m\left((\dot{X})^2 + (\dot{Y})^2\right) - mgY + \lambda(Y + X \tan \theta) \tag{5.97}$$

となる。拘束条件を代入すると、 $Y = -X \tan \theta$ として、

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{2}m\left((\dot{X})^2 + (\dot{X})^2 \tan^2 \theta\right) + mgX \tan \theta \quad \searrow \left(1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}\right) \\
 &= \frac{1}{2}m\left(\frac{d}{dt} \left(\frac{X}{\cos \theta}\right)\right)^2 + mg \frac{X}{\cos \theta} \sin \theta
 \end{aligned} \tag{5.98}$$

p141

$$U(x) = U(x_0) + U'(x_0)(x-x_0) + \frac{1}{2}U''(x_0)(x-x_0)^2 + \frac{1}{3!}U'''(x_0)(x-x_0)^3 + \cdots \tag{6.6}$$

p144

$$L = \frac{1}{2}m\ell^2(\dot{\theta})^2 - \frac{mg\ell}{2}\theta^2 \quad \rightarrow \quad \frac{L}{m\ell^2} = \frac{1}{2}(\dot{\theta})^2 - \frac{g}{2\ell}\theta^2 \tag{6.20}$$

p153

$$\lambda = \frac{Mg\ell \pm \sqrt{M^2g^2\ell^2 - M(M-m)g^2\ell^2}}{(M-m)\ell^2} = \frac{g}{\ell} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M} \mp \sqrt{m}} \tag{6.57}$$

p154 の一番下

$$\left(\begin{array}{c} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{array} \right)$$

p155

固有値 2 の固有ベクトル

$$\mathbf{T} = \left(\begin{array}{c|c|c} \begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{array} & \begin{array}{c} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} & \begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{array} \end{array} \right)$$

固有値 $2 - \sqrt{2}$ の固有ベクトル

固有値 $2 + \sqrt{2}$ の固有ベクトル

p156 x_1, x_2, x_3

p158

$$\frac{1}{2}(y_1 \ y_2 \ y_3 \ \cdots \ y_{N-1} \ y_N) \begin{pmatrix} -2k & k & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ k & -2k & k & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & k & -2k & k & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -2k & k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & k & -2k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_{N-1} \\ y_N \end{pmatrix}$$

(6.69)

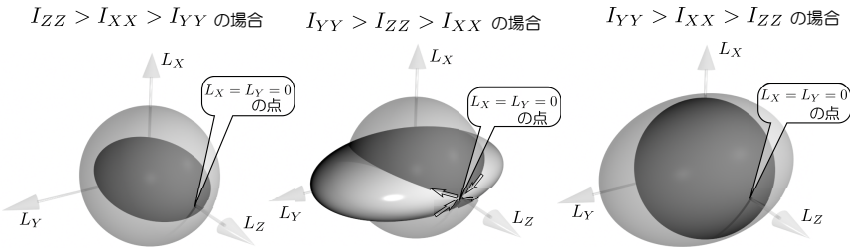
p159

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -2k & k & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ k & -2k & k & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & k & -2k & k & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -2k & k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & k & -2k \end{pmatrix}}_{\text{K}} \begin{pmatrix} \sin \alpha \\ \sin 2\alpha \\ \sin 3\alpha \\ \vdots \\ \sin (N-1)\alpha \\ \sin N\alpha \end{pmatrix}$$

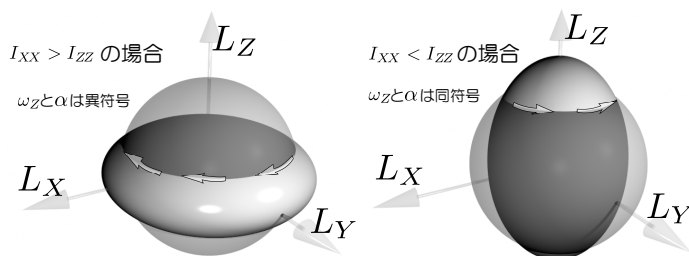
(6.71)

p184 ω_Y

p187



p189



p199

$$\dot{\vec{x}} \cdot \underbrace{m \dot{\vec{x}}}_{\frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{x}}}} - \underbrace{\left(\frac{m}{2} |\dot{\vec{x}}|^2 - V(\vec{x}) \right)}_L = \frac{m}{2} |\dot{\vec{x}}|^2 + V(\vec{x}) \quad (8.27)$$

p201 の 8.31 の下から

と変わる。左辺は0または表面項だから、 $\int_{t_i}^{t_f} \frac{d}{dt} J dt$ と置いてみよう (J がどんな量なのかは場合による)。するとこの式は

$$\begin{aligned} \int_{t_i}^{t_f} \frac{d}{dt} J dt &= \int_{t_i}^{t_f} \sum_i \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(\{q_*\}, \{\dot{q}_*\})}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i \right) dt \\ 0 &= \int_{t_i}^{t_f} \frac{d}{dt} \left(\sum_i \left(\frac{\partial L(\{q_*\}, \{\dot{q}_*\})}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i \right) - J \right) dt \end{aligned} \quad (8.32)$$

p202 の上の枠より 2 行下の最後の「 ϵ_i は」から次の行頭の「要は」まで

ϵ_i は独立な定数である場合
 合は

p202 の上の枠より 4 行下から

進不変性の場合、 $\delta q_i = \epsilon \dot{q}_i$ で、 $J = \epsilon L$ である。時間並進 $t \rightarrow t + \epsilon$ というのは $\int_{t_i}^{t_f} L dt$ という積分の上端 t_f と下端 t_i をも並進させるので、 $\epsilon [L]_{t_i}^{t_f}$ という表面項が出る、と考えれば $J = \epsilon L$ であることが納得できる。

p205 の 9.1.1 節の 2 行目 $L(\{q_*\}, \{\dot{q}_*\})$

p207

$$-\frac{\partial H}{\partial q_i}\Big|_{\{q_T^-\},\{p_*\}}=\frac{\partial L}{\partial q_i}\Big|_{\{q_T^-\},\{\dot{q}_*\}}\tag{9.6}$$

p208 から

【FAQ】

.....

分」、省略なしで表せば $\frac{\partial}{\partial p_i}\Big|_{\{q_*\},\{p_T\}}$ である。ではこの時、 $\dot{q}_i$ は一定になって

$$\frac{\partial}{\partial p_i}\left(\sum_j p_j \dot{q}_j\right)=\dot{q}_i+\underbrace{\sum_j p_j \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial p_j}}_{\text{忘れてた部分}},\quad \frac{\partial L}{\partial p_i}=\underbrace{\sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial p_i}}_{\text{忘れてた部分}}\tag{9.12}$$

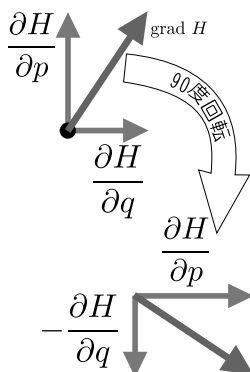
p209

【FAQ】

.....

$$\frac{\partial}{\partial p_i}\left(\sum_j p_j \dot{q}_j\right)=\dot{q}_i+\underbrace{\sum_j p_j \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial p_j}}_{\text{忘れてた部分}},\quad \frac{\partial L}{\partial p_i}=\underbrace{\sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial p_i}}_{\text{忘れてた部分}}\tag{9.12}$$

p219



p224 の (9.51) の 2 行 上

のずれは、 $\left(\frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial p^2} \delta p \delta t, \delta p - \frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial p \partial q} \delta p \delta t \right)$ になる。この二つのずれ

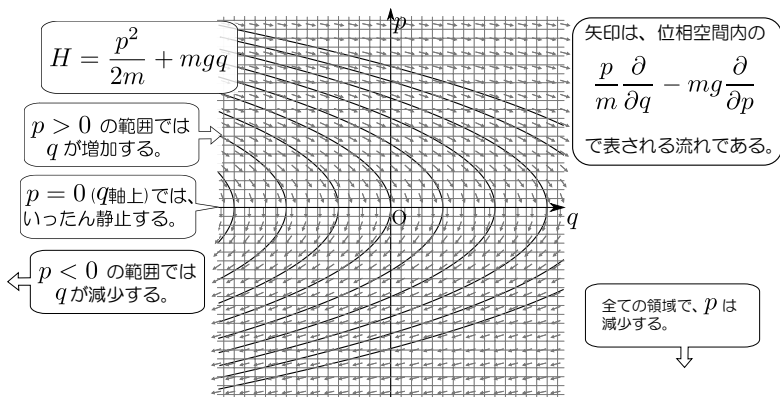
p224

$$\begin{aligned}
 & \left(\delta q + \frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial p \partial q} \delta q \delta t \right) \left(\delta p - \frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial p \partial q} \delta p \delta t \right) \\
 & - \underbrace{\left(-\frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial q^2} \delta q \delta t \right) \left(\frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial p^2} \delta p \delta t \right)}_{\delta t \text{ の 2 次}} = \delta q \delta p \quad (9.51)
 \end{aligned}$$

p225

$$\begin{aligned}
 & \left(1 + \frac{\partial^2 H}{\partial q_1 \partial p_1} \Delta t \right) \left(1 + \frac{\partial^2 H}{\partial q_2 \partial p_2} \Delta t \right) \cdots \left(1 + \frac{\partial^2 H}{\partial q_N \partial p_N} \Delta t \right) \\
 & \times \left(1 - \frac{\partial^2 H}{\partial p_1 \partial q_1} \Delta t \right) \left(1 - \frac{\partial^2 H}{\partial p_2 \partial q_2} \Delta t \right) \cdots \left(1 - \frac{\partial^2 H}{\partial p_N \partial q_N} \Delta t \right) \quad (9.55)
 \end{aligned}$$

p221



p225

$$\left| \begin{array}{cc} \delta_{ij} + \frac{\partial^2 H}{\partial q_j \partial p_i} \Delta t & -\frac{\partial^2 H}{\partial q_j \partial q_i} \Delta t \\ \frac{\partial^2 H}{\partial p_j \partial p_i} \Delta t & \delta_{ij} - \frac{\partial^2 H}{\partial p_j \partial q_i} \Delta t \end{array} \right| \quad (9.54)$$

p227 の脚注 23

ここについている脚注 ^{†23} を貼り付けてください。

p228 の最後の行

「右から q_j

p229

「 $\vec{v}$ の方向への微分」

p241

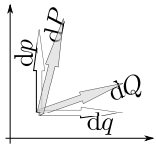
 $MgH \cos \theta$

p244

$$(q, p) \rightarrow (Q(q, p), P(q, p)) \quad (10.1)$$

^{†23} 一般の括弧と区別するために添字 p をつける場合もあるが、添字などで区別せず $\{ , \}$ もしくは $[,]$ で表現している本も多い。

p244



$$\begin{pmatrix} dQ \\ dP \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial Q}{\partial q} \right|_p & \left. \frac{\partial Q}{\partial p} \right|_q \\ \left. \frac{\partial P}{\partial q} \right|_p & \left. \frac{\partial P}{\partial p} \right|_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dq \\ dp \end{pmatrix} \quad (10.2)$$

p246

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= \frac{\partial Q}{\partial p} \underbrace{\frac{dp}{dt}}_{-\frac{\partial H}{\partial q}} + \frac{\partial Q}{\partial q} \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{\frac{\partial H}{\partial p}} = - \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial p} \frac{\partial H}{\partial q}}_{-J \frac{\partial q}{\partial P}} + \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial q} \frac{\partial H}{\partial p}}_{J \frac{\partial p}{\partial P}} \\ &= J \left(\frac{\partial q}{\partial P} \frac{\partial H}{\partial q} + \frac{\partial p}{\partial P} \frac{\partial H}{\partial p} \right) = J \frac{\partial H}{\partial P} \end{aligned} \quad (10.9)$$

p250

$$\{Q, P\} = \frac{\partial Q}{\partial q} \frac{p}{m} - \frac{\partial Q}{\partial p} kq = 1 \quad (10.20)$$

p252 の (10.28)

$$p(t + \Delta t) = p(t) + \Delta t \{p, H\}, \quad q(t + \Delta t) = q(t) + \Delta t \{q, H\}$$

p256

$$\begin{aligned} &\underbrace{(p \cos \theta - q \sin \theta)}_P \underbrace{(\dot{p} \sin \theta + \dot{q} \cos \theta)}_{\dot{Q}} + \frac{dG}{dt} = p\dot{q} \\ (p\dot{p} - q\dot{q}) \cos \theta \sin \theta - p\dot{q}(1 - \cos^2 \theta) - q\dot{p} \sin^2 \theta + \frac{dG}{dt} &= 0 \\ \frac{1}{2} \frac{d(p^2 - q^2)}{dt} \cos \theta \sin \theta - \frac{d(pq)}{dt} \sin^2 \theta + \frac{dG}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (10.43)$$

$$G = -\frac{1}{2}(p^2 - q^2) \cos \theta \sin \theta + pq \sin^2 \theta \quad (10.44)$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial p} \right|_q = -p \cos \theta \sin \theta + q \sin^2 \theta = - \underbrace{(p \cos \theta - q \sin \theta)}_P \sin \theta \quad (10.45)$$

のような微分を行うと $-P \sin \theta$ が出てくる。

p256

$$p \, dq = P \, dQ + \underbrace{\frac{\partial G(q, Q)}{\partial q} dq + \frac{\partial G(q, Q)}{\partial Q} dQ}_{dG(q, Q)} \quad (10.57)$$

p259

$$\underbrace{p = \frac{\partial G}{\partial q} \Big|_Q}_{dq \text{ の係数の一致から}}, \quad \underbrace{P = -\frac{\partial G}{\partial Q} \Big|_q}_{dQ \text{ の係数の一致から}} \quad (10.58)$$

p261

$$p \, dq = P \, dQ + \underbrace{dW(q, P) - P \, dQ - Q \, dP}_{dG} \quad (10.65)$$

$$p \, dq + Q \, dP = dW(q, P)$$

p267

$$L = \frac{1}{2} m \left(\dot{Q} + gt \right)^2 \quad (10.82)$$

という加速系のラグランジアンから求めた運動量は $P = m \left(\dot{Q} + gt \right)$ であり、

$$K = P \dot{Q} - \frac{P^2}{2m} = \frac{P^2}{2m} - Pgt \quad (10.83)$$

$Q = \frac{\partial W}{\partial P}$ が $q - \frac{1}{2}gt^2$ になって欲しいから、 $W = P \left(q - \frac{1}{2}gt^2 \right)$ と選ぶと、

$$Q = \frac{\partial W}{\partial P} = q - \frac{1}{2}gt^2, \quad p = \frac{\partial W}{\partial q} = P \quad (10.84)$$

となる（運動量は新旧で変化しない）ので、

$$K = H + \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{p^2}{2m} + P \times (-gt) = \frac{P^2}{2m} - Pgt \quad (10.85)$$

となり、ラグランジアンから作り直した式 (10.83) と一致する（作り直しは必要ない）。つまり $\frac{\partial W}{\partial t}$ という付加項が慣性系から加速系へという変化を正

$$\frac{dP}{dt} = 0, \quad \frac{dQ}{dt} = \frac{P}{m} - gt \quad (10.86)$$

が正準方程式であるから $P = m \frac{dQ}{dt} + mgt$ である。運動方程式は

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = -g \quad (10.87)$$

p268

$$W(q, P, t) = e^{\frac{K}{2m}t} qP \quad (10.92)$$

とすればよい。時間に依存する母関数なのでハミルトニアンは単に $p = Pe^{\frac{K}{2m}t}, q = Qe^{-\frac{K}{2m}t}$ を代入した部分に $\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{K}{2m}e^{\frac{K}{2m}t} qP = \frac{K}{2m}QP$ を加えて、

$$\tilde{H} = \frac{P^2}{2m} + \frac{kQ^2}{2} + \frac{K}{2m}QP \quad (10.93)$$

となる。驚くべきことに、このハミルトニアンは時間に依存しない。よって、保存する。このハミルトニアンを完全平方すると、

$$\tilde{H} = \frac{(P + \frac{KQ}{2})^2}{2m} + \frac{1}{2} \left(k - \frac{K^2}{4m} \right) Q^2 \quad (10.94)$$

となる。さらに Q は変えずに P の方を $\tilde{P} = P + \frac{KQ}{2}$ とずらす（これも正準

p269

$$\tilde{H} = \frac{(\tilde{P})^2}{2m} + \frac{1}{2} \left(k - \frac{K^2}{4m} \right) Q^2 \quad (10.95)$$

p274

$$p_x = \frac{\partial W}{\partial x} = P_X \cos \omega t - P_Y \sin \omega t, \quad p_y = \frac{\partial W}{\partial y} = P_X \sin \omega t + P_Y \cos \omega t \quad (10.120)$$

p275 の (10.123) より 5 行下

に $-\omega$ を掛けたものになっている。座標軸の回転方向と同方向の角運動量を持つとエネルギーが下がり、逆方向の角運動量を持つと（通常よりもさらに）エネルギーが上がる計算になっている。

p280

$$-\frac{\partial \bar{S}}{\partial t} = \frac{1}{2m} \sum_i \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial x_i} \right)^2 \quad (11.2)$$

p281 の (11.6) の上 確かにハミルトニアン $(K = H + \frac{\partial W}{\partial t})$ は

p281 の (11.6)

$$H(\{q_*\}, \{P_*\}) - \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} = \frac{1}{2m} \sum_i (P_i)^2 - \frac{1}{2m} \sum_i (P_i)^2 = 0 \quad (11.6)$$

p281 の (11.6) の次の行 $K = 0$

p282 の (11.10) の 3 行下 v_i

p282 の (11.10)

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \sum_i \frac{\partial \bar{S}}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} = \sum_i p_i \dot{q}_i - H$$

p282 の下から 2 行目と 3 行目

れていると考えて、新しい運動量 $(P = -\frac{\partial \bar{S}}{\partial Q})$ は $-\frac{\partial \bar{S}}{\partial x_i^{(0)}} = m \sum_i \frac{x_i - x_i^{(0)}}{t - t_0}$ 、
古い運動量 $(p = \frac{\partial \bar{S}}{\partial q})$ は $\frac{\partial \bar{S}}{\partial x_i} = m \sum_i \frac{x_i - x_i^{(0)}}{t - t_0}$ となって（この場合も新旧

p288 ここについている脚注 ^{†13} を貼り付けてください。

^{†13} $\sin(-\omega t + \theta_0 + \pi) = \sin(\omega t - \theta_0)$ なので、複号は θ_0 をシフトして消すことができる。

p293

$$\phi - \phi_0 = \int \frac{\cos i}{\sin i \cos \alpha} \underbrace{\frac{-\sin i \cos \alpha}{1 - \sin^2 i \sin^2 \alpha}}_{\frac{1}{\sin^2 \theta} \times \sin \theta \, d\theta} d\alpha = \int \frac{-\cos i}{1 - \sin^2 i \sin^2 \alpha} d\alpha \quad (11.53)$$

p294

$$\pm \int \frac{-\ell \frac{1}{r^2}}{\sqrt{2m \left(E + \frac{GMm}{r} \right) - \frac{\ell^2}{r^2}}} dr \quad (11.58)$$

p308 a_{21} p315 の (A.45) $\det$ p316 N 本

$$\sum_{i=1}^N w_i^{(I)} v_i^{(J)} = \delta_{IJ} \quad (A.48)$$

p326 の (B.37) の 2 行下 $(A+B)x+Cz=0$

p326 の (B.38) の 上

Δx_i が独立でないために、 i によらない、任意の量 $\lambda(\{x_*\})$ を持ってきて、

p326

$$\Delta f(\{x_*\}) = \sum_{i=1}^N \lambda(\{x_*\}) \frac{\partial G_j(\{x_*\})}{\partial x_i} \Delta x_i = \lambda(\{x_*\}) \underbrace{\sum_{i=1}^N \frac{\partial G_j(\{x_*\})}{\partial x_i} \Delta x_i}_{=0} = 0 \quad (B.39)$$

p327 ここについている脚注^{†7}を貼り付けてください。

^{†7} 「みていじょうすう」と読むので「未定常数」と書き間違える人がたまにいますが、「常数」では「constant」という意味になってしまう。未定乗数は「multiplier」すなわち「掛算される量」なので、「乗数」である。そもそも λ は一定の数じゃない。

p327 の (B.43) の 2 行下 $\{x_{*}\}$

p329 の FAQ の 4 行目

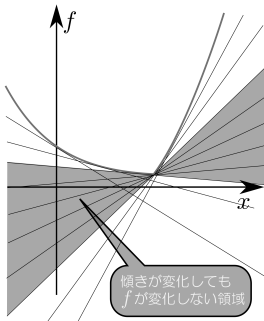
【FAQ】 $x(\tau)$ と $\frac{dx}{d\tau}(\tau)$ は独立なのですか？

.....

「 $\frac{dx}{d\tau}$ を固定して x を変化させた」

p332 の (B.61) の 5 行下とその次の行 $a = 1 \quad a = 2$

p333



p346 の 【問い 2-2】 のヒント 変分すべき量は $2x + 2y + \lambda(xy - S)$ になる。

p351

$$\frac{\partial}{\partial x_i^{(1)}} \left(\frac{1}{2} m \sum_j \frac{(x_j^{(1)} - x_j^{(0)})^2}{t_1 - t_0} \right) = m \frac{x_i^{(1)} - x_i^{(0)}}{t_1 - t_0} \quad (\text{D.24})$$

p352

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} ty(x - t - y) &= y(x - t - y) - ty = y(x - 2t - y) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial y} ty(x - t - y) &= t(x - t - y) - ty = t(x - t - 2y) = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.29})$$

p352 の【問い 2-2】の解答

$L' = 2x + 2y + \lambda(xy - S)$ を微分して、

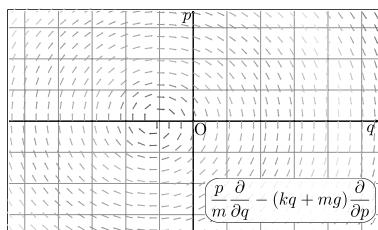
$$\begin{aligned}\frac{\partial L'}{\partial x} &= 2 + \lambda y = 0, & \frac{\partial L'}{\partial y} &= 2 + \lambda x = 0, \\ \frac{\partial L'}{\partial \lambda} &= xy - S = 0\end{aligned}\quad (\text{D.31})$$

という式を連立方程式として解くと、 $x = y = \sqrt{S}$ となる（つまり、正方形である）。

p365 の (D.106) の 4 行目

$$= \frac{\partial Q(q, p, t)}{\partial t} \Big|_{q, p} + \left(\underbrace{\frac{\partial p(q, p, t)}{\partial t}}_0 \Big|_{q, p} - \frac{\partial p(q, Q, t)}{\partial Q} \Big|_{q, t} \frac{\partial Q(q, p, t)}{\partial t} \Big|_{q, p} \right) \frac{\partial Q(q, p, t)}{\partial p} \Big|_{q, t}$$

p361



p368

$$\begin{aligned}\bar{S} - \alpha_i x_i^{(1)} &= \frac{1}{2m} (\alpha_i)^2 (t_1 - t_0) + \frac{1}{2} m \sum_{j \neq i} \frac{(x_j^{(1)} - x_j^{(0)})^2}{t_1 - t_0} - \alpha_i \left(x_i^{(0)} + \frac{\alpha_i (t_1 - t_0)}{m} \right) \\ &= -\frac{1}{2m} (\alpha_i)^2 (t_1 - t_0) + \frac{1}{2} m \sum_{j \neq i} \frac{(x_j^{(1)} - x_j^{(0)})^2}{t_1 - t_0} - \alpha_i x_i^{(0)}\end{aligned}\quad (\text{D.123})$$

以下の間違いは第2刷で訂正されました。

p29

$$\frac{1}{c} \left(\frac{-(x_0 - x_1)}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0)^2}} + \frac{-(x_2 - x_1)}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2)^2}} \right) = 0 \quad (2.21)$$

p31 の 3 行目の最後 下の方が遅い ($c_2 < c_1$)p37 の (2.36) の上の文 $\delta y' = \frac{d(\delta y)}{dx}$ という省略形を使用する。

p43 の下から 6 行目と 7 行目

に「長さ ℓ_1 の周」を計算できる形で
定義しよう。長さ ℓ_1 の曲線を微小

p43 の下から 2 行目 (当然 $\ell = \ell_1$ で元の位置に戻る)

p44

$$S = \frac{1}{2} \oint (x dy - y dx) = \frac{1}{2} \int_0^{\ell_1} d\ell \underbrace{\left(x \frac{dy}{d\ell} - y \frac{dx}{d\ell} \right)}_L \quad (2.66)$$

$$\underbrace{\frac{dy}{d\ell}}_{\frac{\partial L}{\partial x}} - \frac{d}{d\ell} \underbrace{(-y)}_{\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{dx}{d\ell} \right)}} = 0 \quad (2.68)$$

p45 の 4 行目 「長さ ℓ_1 」

p45

$$\int_0^{\ell_1} d\ell \left(\frac{1}{2} \left(x \frac{dy}{d\ell} - y \frac{dx}{d\ell} \right) + \lambda \left(\left(\frac{dx}{d\ell} \right)^2 + \left(\frac{dy}{d\ell} \right)^2 - 1 \right) \right) \quad (2.69)$$

$$\underbrace{\frac{1}{2} \frac{dy}{d\ell}}_{\frac{\partial L}{\partial x}} - \frac{d}{d\ell} \underbrace{\left(-\frac{1}{2} y + 2\lambda \frac{dx}{d\ell} \right)}_{\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{dx}{d\ell} \right)}} = 0 \quad (2.70)$$

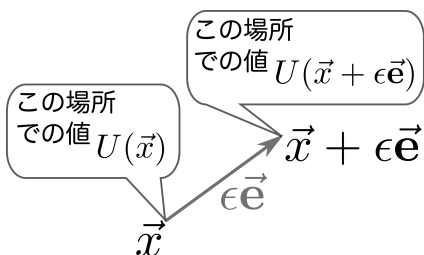
$$\underbrace{-\frac{1}{2} \frac{dx}{d\ell}}_{\frac{\partial L}{\partial y}} - \frac{d}{d\ell} \underbrace{\left(\frac{1}{2} x + 2\lambda \frac{dy}{d\ell} \right)}_{\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{dy}{d\ell} \right)}} = 0 \quad (2.71)$$

p66

のする仕事は $-F\delta\theta \frac{d(L \cos \theta)}{d\theta}$ 、重力のする仕

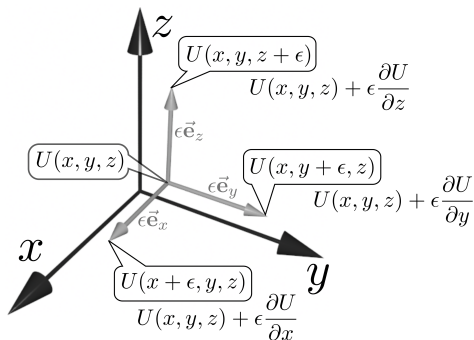
$$FL \sin \theta - \frac{mgL}{2} \cos \theta = 0 \quad (3.27)$$

p69



$$\vec{e}_x \cdot \text{grad } U = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{U(x + \epsilon, y, z) - U(x, y, z)}{\epsilon} \quad (3.38)$$

p70



p80

$$\vec{\nabla} = \vec{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \vec{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \vec{e}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \quad (3.73)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (3.74)$$

$$-2 \int \underbrace{\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right)}_{=0 \text{ とするとラプラス方程式}} \delta f \, dx \, dy \, dz \quad (3.78)$$

p81

$$\underbrace{\frac{\partial L}{\partial f}}_{=0} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial r} \right)} \right)}_{r^2 \sin \theta \frac{\partial f}{\partial r}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial \theta} \right)} \right)}_{\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial \phi} \right)} \right)}_{\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi}} = 0 \quad (3.82)$$

p98 の枠の下 2 行目から

は、 $\int_{t_0}^{t_1} \frac{dG}{dt} dt = G(t_1) - G(t_0)$ なので、端点での値だけである。端点で 0 にするという変分の取り方を取っている以上、その部分はどうせ変分しても変化しないから、オイラー・ラグランジュ方程式には効かない。

p100

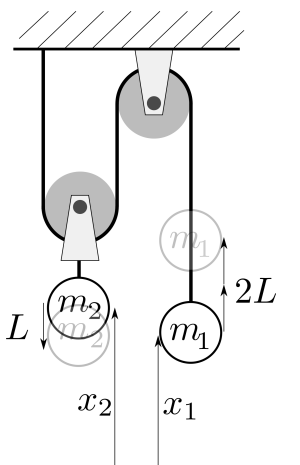
位置エネルギーは $-mgx \sin \theta$ であるから、

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{x})^2 + mgx \sin \theta \quad (4.38)$$

$$mg \sin \theta - \frac{d}{dt} (m\dot{x}) = 0 \quad (4.39)$$

p105

「 x_2 が L 小さくなると x_1 が $2L$ 大きくなる」



p111 の (5.1) の 2 行上

q_i それぞれは時間の関数であり、

p113

$$\dot{Q}_i = \sum_j \left. \frac{\partial Q_i}{\partial q_j} \right|_{\{q_j\}, t} \dot{q}_j + \left. \frac{\partial Q_i}{\partial t} \right|_{\{q_j\}} \quad (5.6)$$

p127

$$\begin{aligned} \vec{L} = mr^2 & \left(\left(-\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\phi} \cos \theta \sin \theta \cos \phi \right) \vec{e}_x \right. \\ & \left. + \left(\dot{\theta} \cos \phi - \dot{\phi} \cos \theta \sin \theta \sin \phi \right) \vec{e}_y + \dot{\phi} \sin^2 \theta \vec{e}_z \right) \end{aligned} \quad (5.63)$$

p140 の (6.5) のすぐ上 $x = X + \frac{mg}{k}$ と変数変換すると、

p142

$$L = \frac{1}{2}m\ell^2(\dot{\theta})^2 - \frac{mg\ell}{2}\theta^2 + \underbrace{mg\ell}_{\text{定数}} \quad (6.12)$$

p144 の (6.19) の 3 行下

近似的には $U''(\theta_0)$ を「バネ定数」、 $m\ell^2$ を「質量」とした単振動になる。

p153 の 1 行目 (6.43)
→ p150

p153

$$\lambda \begin{pmatrix} M\ell^2 & m\ell^2 \\ m\ell^2 & m\ell^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Mg\ell & 0 \\ 0 & mg\ell \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (6.55)$$

$$\begin{aligned} \det \begin{pmatrix} \lambda M\ell^2 - Mg\ell & \lambda m\ell^2 \\ \lambda m\ell^2 & \lambda m\ell^2 - mg\ell \end{pmatrix} &= 0 \\ (\lambda M\ell^2 - Mg\ell)(\lambda m\ell^2 - mg\ell) - (\lambda m\ell^2)^2 &= 0 \\ Mm g^2 \ell^2 - 2Mmg\ell^3 \lambda + (Mm - m^2)\ell^4 \lambda^2 &= 0 \\ Mg^2 - 2Mg\ell \lambda + (M - m)\ell^2 \lambda^2 &= 0 \end{aligned} \quad (6.56)$$

$$\lambda = \frac{Mg\ell \pm \sqrt{M^2 g^2 \ell^2 - M(M - m)g^2 \ell^2}}{(M - m)\ell^2} = \frac{g}{\ell} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M} \mp \sqrt{m}} \quad (6.57)$$

これを代入した後、(6.55) を整理すると、

$$\begin{pmatrix} \pm M\sqrt{\frac{m}{M}} & m \\ m & \pm m\sqrt{\frac{m}{M}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (6.58)$$

$$\begin{pmatrix} \sqrt{m} \\ \sqrt{M} \end{pmatrix} (\text{固有値 } \frac{g}{\ell} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M} - \sqrt{m}}), \quad \begin{pmatrix} -\sqrt{m} \\ \sqrt{M} \end{pmatrix} (\text{固有値 } \frac{g}{\ell} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M} + \sqrt{m}}) \quad (6.59)$$

$$\begin{aligned}
 \theta_1 : \theta_2 &= \sqrt{m} : \sqrt{M} \\
 \omega &= \sqrt{\frac{g}{\ell} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M} - \sqrt{m}}}, \\
 \theta_1 : \theta_2 &= -\sqrt{m} : \sqrt{M} \\
 \omega &= \sqrt{\frac{g}{\ell} \times \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M} + \sqrt{m}}}
 \end{aligned} \tag{6.60}$$

p159 の (6.73) の下 (6.72) の括弧内である

p159

$$\underbrace{e^{-i\alpha}}_{a^2} - 2 \underbrace{e^{-i\frac{\alpha}{2}} e^{i\frac{\alpha}{2}}}_{ab} + \underbrace{e^{i\alpha}}_{b^2} = \left(\underbrace{e^{-i\frac{\alpha}{2}}}_a - \underbrace{e^{i\frac{\alpha}{2}}}_b \right)^2 \tag{6.75}$$

p161

$$-\frac{1}{4(N+1)} \sum_{q=-N}^{N+1} \left(e^{i\frac{pq\pi}{N+1}} - e^{-i\frac{pq\pi}{N+1}} \right)^2 = -\frac{1}{4(N+1)} \sum_{q=-N}^{N+1} \left(e^{i\frac{2pq\pi}{N+1}} + e^{-i\frac{2pq\pi}{N+1}} - 2 \right) \tag{6.84}$$

その 2 行下 ちょうど $2N+2$ 個の $-\frac{1}{4(N+1)} \times (-2)$ を足していくからである。

p167 の (6.102) の 2 行下 $= \frac{p\pi}{\ell} \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$ の角

p177

$$\vec{V} = \omega \times \vec{X} \rightarrow \begin{aligned} V_x &= \omega_y Z - \omega_z Y \\ V_y &= \omega_z X - \omega_x Z \\ V_z &= \omega_x Y - \omega_y X \end{aligned} \tag{7.24}$$

p186 の下から 2 行目

$L = \sqrt{I_{zz}E}$ が二つの保存則の共有点となる ($L = \sqrt{I_{zz}E}$ となる

p209

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \left(\sum_j p_j \dot{q}_j \right) = \dot{q}_i + \underbrace{\sum_j p_j \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial p_i}}_{\text{忘れてた部分}}, \quad \frac{\partial L}{\partial p_i} = \underbrace{\sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \frac{\partial \dot{q}_j}{\partial p_i}}_{\text{忘れてた部分}} \quad (9.12)$$

p224

$$\begin{aligned} & (q + \delta q + \frac{\partial H(q + \delta q, p)}{\partial p} \delta t, p - \frac{\partial H(q + \delta q, p)}{\partial q} \delta t) \\ = & \left(q + \delta q + \frac{\partial H(q, p)}{\partial p} \delta t + \frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial p \partial q} \delta q \delta t, p - \frac{\partial H(q, p)}{\partial q} \delta t - \frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial q^2} \delta q \delta t \right) \\ & (9.50) \\ \delta t \text{ 後には } & \left(\delta q + \frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial p \partial q} \delta q \delta t, -\frac{\partial^2 H(q, p)}{\partial q^2} \delta q \delta t \right) \end{aligned}$$

p226

$$\begin{aligned} & \sum_i \left(\frac{\partial H(\{q_*\}, \{p_*\}, t)}{\partial p_i} \frac{\partial A(\{q_*\}, \{p_*\}, t)}{\partial q_i} - \frac{\partial H(\{q_*\}, \{p_*\}, t)}{\partial q_i} \frac{\partial A(\{q_*\}, \{p_*\}, t)}{\partial p_i} \right) \\ & + \frac{\partial A(\{q_*\}, \{p_*\}, t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (9.58)$$

p235 の下から 7 行目

以上と、(9.79)から、
 $\rightarrow$ p233

p245

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \frac{\partial P}{\partial p} \underbrace{\frac{dp}{dt}}_{-\frac{\partial H}{\partial q}} + \frac{\partial P}{\partial q} \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{\frac{\partial H}{\partial p}} = - \underbrace{\frac{\partial P}{\partial p}}_{J \frac{\partial q}{\partial Q}} \frac{\partial H}{\partial q} + \underbrace{\frac{\partial P}{\partial q}}_{-J \frac{\partial p}{\partial Q}} \frac{\partial H}{\partial p} \\ &= -J \left(\frac{\partial q}{\partial Q} \frac{\partial H}{\partial q} + \frac{\partial p}{\partial Q} \frac{\partial H}{\partial p} \right) = -J \frac{\partial H}{\partial Q} \end{aligned} \quad (10.7)$$

p246

$$\begin{aligned}
 \frac{dQ}{dt} &= \frac{\partial Q}{\partial p} \underbrace{\frac{dp}{dt}}_{-\frac{\partial H}{\partial q}} + \frac{\partial Q}{\partial q} \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{\frac{\partial H}{\partial p}} = - \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial p}}_{-J \frac{\partial q}{\partial P}} \frac{\partial H}{\partial q} + \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial q}}_{J \frac{\partial p}{\partial P}} \frac{\partial H}{\partial p} \\
 &= J \left(\frac{\partial q}{\partial P} \frac{\partial H}{\partial q} + \frac{\partial p}{\partial P} \frac{\partial H}{\partial p} \right) = J \frac{\partial H}{\partial P}
 \end{aligned} \tag{10.9}$$

p248 この脚注^{†9}部分を貼り付けてください。p251 の (10.21) の下 $f(x, y) = \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ $Q = A \arctan\left(\alpha \frac{q}{p}\right)$

p252

$$q = A \sin(\omega t + \alpha) \tag{10.26}$$

p272

$$Q_i = f_i(\{q_*\}), \quad p_i = \sum_j P_j \frac{\partial f_j(\{q_*\})}{\partial q_i} \tag{10.107}$$

その下、この節の最後

$$\begin{aligned}
 \text{いに逆行列となっている } (\mathbf{T}_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial q_j}, (\mathbf{T}^{-1})_{ij} = \frac{\partial q_i}{\partial Q_j} \text{ とすると、} \dot{Q}_i = \\
 \sum_j \mathbf{T}_{ij} \dot{q}_j, P_i = \sum_k p_k (\mathbf{T}^{-1})_{ki} \\
 \text{となる) ことを示している}^{\dagger 35}.
 \end{aligned}$$

p276 脚注をこの脚注^{†38}に差し替え。p283 の 10 行目最後 p_i が 3 つと S_0 で合

^{†9} p 成分が $\frac{\partial A}{\partial p}$ であるようなベクトル

^{†38} 前に書いたように、ラグランジアンからハミルトニアンを作るとき、 $\dot{q}_i$ の 2 次の項は変わらず、1 次の項は消え、0 次の項は符号が変わる。この事実を使うとほぼ計算なしでこの式は出せる。

p293 の先頭

とを知っている ((11.47)の横の図を見よ) ので、 $\cos \theta = \sin i \sin \alpha$ と置くこと
 $\rightarrow$ p291
 とでルートの中身を $\sin^2 i - \sin^2 i \sin^2 \alpha = \sin^2 i \cos^2 \alpha$ と書き直し、ルートを
 外すことで、 $\sqrt{\sin^2 \theta - \cos^2 i} \rightarrow \sin i \cos \alpha$ となる。 $\cos \theta = \sin i \sin \alpha$ を微分
 した $-\sin \theta d\theta = \sin i \cos \alpha d\alpha$ も使って、

$$\phi - \phi_0 = \int \frac{\cos i}{\sin i \cos \alpha} \underbrace{\frac{\sin i \cos \alpha}{1 - \sin^2 i \sin^2 \alpha} d\alpha}_{\frac{1}{\sin^2 \theta} \times (-\sin \theta d\theta)} = \int \frac{-\cos i}{1 - \sin^2 i \sin^2 \alpha} d\alpha \quad (11.53)$$

となり、この積分^{†18}を実行すれば、

$$\begin{aligned} \phi - \phi_0 &= \arctan(\cos i \tan \alpha) \\ \tan(\phi - \phi_0) &= \cos i \tan \alpha \end{aligned} \quad (11.54)$$

(積分定数と右辺の符号は ϕ_0 に吸収させる^{†19}) となり、 i, ϕ, α という3つの
 角度の関係が出る。 i, ϕ, θ の関係に直すために $\sin(\phi - \phi_0)$ を計算すると

p295 の2行目

度である。 $\cos$ は偶関数であるから、 $\alpha - \alpha_0$ の前の複号 $\pm$ は取り去ることができる。

p296 の10行目 軌道を表すパラメータは r_0, ϵ, ϕ_0 の3個と

p352 第2刷のところにある (D.106) の訂正箇所を貼ってください。

^{†19} 右辺に積分定数 C が出たとすると、それを左辺に移して $\phi - \phi_0 - C$ とした後で、定数 $\phi_0 + C$ を改めて ϕ_0 と置く。 $\arctan$ 中の符号が変わると右辺の結果が π 変わるが、それも ϕ_0 に含める。